

Põhikooli matemaatika ainekavade võrdlus:
Eesti võrrelduna Bulgaaria, Inglismaa, Ontario (Kanada),
Singapuri ja Uus-Meremaaga

Hannes Jukk, Triinu Arak, Katrin Kokk, Maria Jürimäe

Teostaja: Tartu Ülikool (Koolimatemaatika keskus, Haridusuuringute ja õppevaraarenduse keskus)

Tellijä: Haridus- ja Teadusministeerium

KOKKUVÕTE

Eesmärk: Uurimuse eesmärgiks on võrrelda Eesti põhikooli matemaatika ainekava viie riigi (Bulgaaria, Inglismaa (UK), Ontario (Kanada), Singapuri ja Uus-Meremaa) matemaatika ainekavadega, tuua välja nende peamised erinevused ja sarnasused ning teha ettepanekuid Eesti matemaatika ainekava arendamiseks.

Metoodika ja valim: Riikide valikul lähtuti esmajoones 2009. aasta PISA matemaatika tulemustest, et esindatud oleksid Eestist edukamad (Singapur, Ontario ja Uus-Meremaa, viimane Eestile tulemuste poolest kõige lähemal) ning vähem edukamad riigid (Inglismaa ja Bulgaaria). Oli ka teisi huvipakkuvaid riike, ent valikut kitsendas keelebarjäär. Analüüsimeetoditena kasutati dokumendianalüüsi kvalitatiivset sisuanalüüsi diskursuseanalüüsi elementidega.

Kokkuvõtte tulemustest: Mahult (lehekülgede arv) on Eesti matemaatika ainekava vaadeldud riikide hulgas lühim. Mahuliselt kõige lühem variant ei tähenda aga ainesisuliselt kõige lihtsamat varianti, suur üldistusaste toob endaga kaasa ülemiste piiride puudumise. Ainekava jõukohasuse tagamise üks võimalus on **kokku leppida piirides**, nt seades kitsendusi arvudele, millega sooritatakse tehteid peast või kirjalikult. Üldsõnalist ainekava saab täpsustada ka välishindamise (tasemetööd, eksamid) nõuete abil, see võimaldab mõjutada õppetööd olemasolevat õppekava muutmata.

Edukate riikide ainekavad on **spiraalsed** – üks teema on jaotatud mitme kooliaasta (kui mitte terve kooliaja) peale ja nii on sammud väiksemad ning tekib suurem kordav ja kinnistav mõju. Näiteks mänguliselt kommete hulga jagamine kui sissejuhatus murdarvudele ja protsendile; lihtsa katse tõenäosuse hindamine (termineid kasutamata juba esimestes klassides); mustrite nägemisoskus kui ettevalmistus jadade ja algebra seaduspärasuste märkamiseks jne.

Ükski vaadeldud riikidest ei piirdu hariduse suunamisel ainult ainekavade kehtestamisega. Edukate riikide puhul paistab silma **tugimaterjalide hulk ja kvaliteet**. Õpikute retsenseerimine on põhjalik ja neid võib valida ainult riiklikult kinnitatud nimekirjadest, samas suunab riik ainekava rakendamist selle tõlgendamisele. Näiteks Singapuris moodustab **õppevara paketi**, milles sisalduvad õpik, töövihik, õpetajaraamat, lisamaterjalid (sealhulgas probleemülesanded), audio-video ja multimeedia materjalid.

Eesti matemaatika ainekava on lakooniline ning annab **palju tõlgendusruumi** (võimaldab õppida ja õpetada väga erinevalt). Õpikute koostajad on juhindunud õppeprotsessi traditsioonist, teiste riikide kogemuste põhjal võib eeldada, et nad vajaksid riigipoolset stimulatsiooni näiteks traditsioonist erineva(te) (näidis)ainekava(de) koostamiseks.

Mitmes vaadeldud riigis mindi kooli ühe aasta võrra nooremalt kui Eestis. 2011/2012. õppeaastal käis Eesti lasteaias 94% 4–6-aastastest lastest. Koolid peaksid oma ainekavade koostamisel alushariduses õpituga arvestama, sest see annaks võimaluse alustada keerukamate teemadega varem ja / või kasutada olemasolevat aega kordamiseks / kinnistamiseks.

Uue matemaatika ainekava rakendumisele Eestis saab anda tagasisidet ka rahvusvaheliste võrdlusuuringute kaudu. Ainekava muutuste hindamise instrumendina oleks TIMSS sobivam kui PISA, sest TIMSS esitab tulemused erinevate matemaatika valdkondade lõikes ja annab nii ainekavade teemade kohta muuhulgas ka rahvusvaheliselt võrreldavat tagasisidet.

SISUKORD

| | |
|--|-----------|
| Kokkuvõte | 2 |
| Sisukord..... | 3 |
| Sisukord (üksikasjalik)..... | 5 |
| Sissejuhatus | 8 |
| Metoodika | 9 |
| Kasutatud mõisteid | 12 |
| Rahvusvahelistest tasemeuuringutest..... | 13 |
| 1. Kokkuvõte uurimistulemustest | 19 |
| 1.1 Ainekava kui dokumendi struktuur ja maht..... | 19 |
| 1.2 Õpitulemuste koondamine valdkondadesse (pealkirjatasandil)..... | 20 |
| 1.3 Kokkuvõte tulemustest matemaatika ainevaldkondade lõikes | 20 |
| 1.4 Matemaatika tundide arv nädalas | 23 |
| Järeldused..... | 24 |
| 2. Haridussüsteemide kirjeldused ja ainekavade analüüsid | 26 |
| 2.1 Bulgaaria..... | 26 |
| 2.2 Inglismaa..... | 42 |
| 2.3 Ontario (Kanada) | 51 |
| 2.4 Singapur | 61 |
| 2.5 Uus-Meremaa | 73 |
| 3. Õppesisu ja õpitulemuste võrdlus matemaatika valdkonniti..... | 83 |
| 3.1 Arvud ja arvutamine | 83 |
| 3.2 Protsent | 106 |
| 3.3 Mõõtmine ja mõõtühikud | 108 |
| 3.4 Geomeetria..... | 114 |
| 3.5 Algebra | 130 |
| 3.6 Funktsioonid | 140 |
| 3.7 Statistika | 146 |
| 3.8 Tõenäosus | 150 |
| Kirjandus | 153 |
| Lisad | 158 |
| Lisa 1. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (bulgaariakeelne) | 158 |
| Lisa 2. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (eestikeelne) | 159 |

| | |
|---|-----|
| Lisa 3. Väljavõte Inglismaa põhikooli ainekavast | 160 |
| Lisa 4. Väljavõte Inglismaa 7.–9. klassi ainekavast | 161 |
| Lisa 5. Väljavõte Ontario põhikooli ainekavast (4. klass)..... | 162 |
| Lisa 6. Murdarvud Ontario põhikooli ainekavas (inglisekeelne) | 163 |
| Lisa 7. Väljavõte Singapuri 7. klassi ainekavast | 169 |
| Lisa 8. Väljavõte Uus-Meremaa 5. klassi ainekavast | 170 |

SISUKORD (ÜKSİKASJALIK)

| | |
|--|-----------|
| Kokkuvõte | 2 |
| Sisukord..... | 3 |
| Sisukord (üksikasjalik)..... | 5 |
| Sissejuhatus | 8 |
| Metoodika | 9 |
| Kasutatud mõisteid | 12 |
| Rahvusvahelistest tasemeuuringutest..... | 13 |
| 1. Kokkuvõte uurimistulemustest | 19 |
| 1.1 Ainekava kui dokumendi struktuur ja maht..... | 19 |
| 1.2 Õpitulemuste koondamine valdkondadesse (pealkirjatasandil)..... | 20 |
| 1.3 Kokkuvõte tulemustest matemaatika ainevaldkondade lõikes | 20 |
| 1.4 Matemaatika tundide arv nädalas | 23 |
| Järeldused..... | 24 |
| 2. Haridussüsteemide kirjeldused ja ainekavade analüüsid | 26 |
| 2.1 Bulgaaria..... | 26 |
| 2.1.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta..... | 26 |
| 2.1.2 Haridussüsteem..... | 26 |
| 2.1.3 Haridusalane dokumentatsioon | 29 |
| 2.1.3.1 Riiklik õppekava | 31 |
| 2.1.3.2 Matemaatika ainekava..... | 32 |
| 2.1.4 Kokkuvõte Bulgaaria matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga) | 35 |
| 2.2 Inglismaa..... | 42 |
| 2.2.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta..... | 42 |
| 2.2.2 Haridussüsteem..... | 43 |
| 2.2.3 Haridusalane dokumentatsioon | 44 |
| 2.2.3.1 Riiklik õppekava | 45 |
| 2.2.3.2 Matemaatika ainekava..... | 47 |
| 2.2.4 Kokkuvõte Inglismaa matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga) | 49 |
| 2.3 Ontario (Kanada) | 51 |
| 2.3.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta..... | 51 |
| 2.3.2 Haridussüsteem..... | 51 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 2.3.3 | Haridusalane dokumentatsioon | 55 |
| 2.3.3.1 | Ontario õppekava: saavutusastmed..... | 55 |
| 2.3.3.2 | Matemaatika ainekava..... | 57 |
| 2.3.4 | Kokkuvõte Ontario matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga) | 58 |
| 2.4 | Singapur..... | 61 |
| 2.4.1 | Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta..... | 61 |
| 2.4.2 | Haridussüsteem..... | 61 |
| 2.4.3 | Haridusalane dokumentatsioon | 64 |
| 2.4.3.1 | Riiklik õppekava | 66 |
| 2.4.3.2 | Matemaatika ainekava..... | 66 |
| 2.4.4 | Kokkuvõte Singapuri matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga) | 70 |
| 2.5 | Uus-Meremaa | 73 |
| 2.5.1 | Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta..... | 73 |
| 2.5.2 | Haridussüsteem..... | 74 |
| 2.5.3 | Haridusalane dokumentatsioon | 76 |
| 2.5.3.1 | Riiklik õppekava | 76 |
| 2.5.3.2 | Matemaatika ainekava..... | 78 |
| 2.5.4 | Kokkuvõte Uus-Meremaa matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga) | 80 |
| 3. | Õppesisu ja õpitulemuste võrdlus matemaatika valdkonniti..... | 83 |
| 3.1 | Arvud ja arvutamine | 83 |
| 3.1.1 | Arvuhulga laienemine | 83 |
| 3.1.2 | Arvutamine..... | 93 |
| 3.1.3 | Arvutamine..... | 98 |
| 3.2 | Protsent..... | 106 |
| 3.3 | Mõõtmine ja mõõtühikud | 108 |
| 3.4 | Geomeetria..... | 114 |
| 3.4.1 | Planimeetria..... | 114 |
| 3.4.2 | Stereomeetria..... | 129 |
| 3.5 | Algebra | 130 |
| 3.6 | Funktsioonid | 140 |
| 3.7 | Statistika | 146 |
| 3.8 | Tõenäosus | 150 |

| | |
|--|-----|
| Kirjandus | 153 |
| Lisad | 158 |
| Lisa 1. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (bulgaariakeelne) | 158 |
| Lisa 2. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (eestikeelne) | 159 |
| Lisa 3. Väljavõte Inglismaa põhikooli ainekavast | 160 |
| Lisa 4. Väljavõte Inglismaa 7.–9. klassi ainekavast | 161 |
| Lisa 5. Väljavõte Ontario põhikooli ainekavast (4. klass) | 162 |
| Lisa 6. Murdarvud Ontario põhikooli ainekavas (inglisekeelne) | 163 |
| Lisa 7. Väljavõte Singapuri 7. klassi ainekavast | 169 |
| Lisa 8. Väljavõte Uus-Meremaa 5. klassi ainekavast | 170 |

SISSEJUHATUS

Eesmärk. Uurimuse eesmärgiks on võrrelda Eesti põhikooli matemaatika ainekava viie riigi matemaatika ainekavadega ning tuua välja nende peamised erinevused ja sarnasused. Dokumendianalüüsis võrreldakse nii õpitulemusi kui ka õppekavade ja ainekavade ülesehitust. Uurimus peaks huvi pakkuma nii hariduspoliitikutele, õppekava arendajatele, õppevara koostajatele, välishindajatele kui ka matemaatikaõpetajatele ja klassiõpetajatele.

Riikide valik ja selle põhjendus. Eesti ainekava on võrreldud viie riigi ainekavadega: Bulgaaria, Inglismaa (UK), Ontario (Kanada), Singapur ja Uus-Meremaa. Riikide valikul lähtuti esmajoones 2009. aasta PISA matemaatika tulemustest, s.t valim püüti koostada selliselt, et esindatud oleksid Eestist edukamad, vähem edukamad ning tasemelt võrdsed riigid. Valimisse kaasati ainult arenenud maad, mille elatustase ja üldhariduse taotlused on Eestiga võrreldavad. Lõpliku valiku tegemisel sai määravaks keel. Näiteks planeeriti alguses uurida ka Läti, Leedu, Belgia, Islandi, Sloveenia, Šveitsi ainekavasid, ent läbirääkimisel nende maade partneritega selgus, et nad pole oma riiklikke õppekavasid ja ainekavasid teistesse keeltesse üldse tõlkinud või on seda alles alustamas. Soome ainekavade analüüs on planeeritud omaette uurimusena, seega jäi ka Soome matemaatika ainekava (mis PISA tulemuste valguses ja ka kultuurilist tausta arvestades on meile kahtlemata huvipakkuv) selle uurimuse valimist välja.

Ülesehitus. Uurimustulemused on tinglikult esitatud kolmes osas. Teine osa „Haridussüsteemide kirjeldused ja ainekavade analüüsid“ on üles ehitatud riigiti ning seal antakse ülevaade iga riigi hariduskorraldusest, kirjeldatakse iga riigi õppekava ja ainekava ning tuuakse välja ainekava sisulised erinevused ja sarnasused võrreldes Eesti matemaatika ainekavaga. Kolmandas osas „Õppesisu ja õpitulemuste võrdlus ainevaldkonniti“ kirjeldatakse ja võrreldakse kõikide valimisse kuulunud riikide matemaatika ainekavade õppesisu ja õpitulemusi. Esimene peatükk „Kokkuvõte uurimustulemustest“ on ülevaade juba mainitud teisest ja kolmandast osast.

Autorid. Uurimuse materjalid on koondanud ja neid analüüsinud neli autorit: Tartu Ülikooli koolimatemaatika keskuse lektorid Hannes Jukk ja Katrin Kokk, Triinu Arak ning Tartu Ülikooli haridusuuringute ja õppekavaarenduse keskuse teadur Maria Jürimäe.

METOODIKA

Käesoleva uurimuse peamiseks eesmärgiks oli võrrelda põhikooli matemaatika ainekavasid ja õppekavasid. Analüüsimeetoditena kasutati dokumendianalüüsi kvalitatiivset sisuanalüüsi diskursuseanalüüsi elementidega.

Iga riigi haridussüsteemil on oma struktuur, korraldus ja traditsioonid, millest õppe- ja ainekavad moodustavad vaid väikese osa. Et saada riikide haridussüsteemidest paremat ülevaadet, kirjeldati uurimuses ka iga riigi hariduskorralduse profiili. Käesolevas peatükis kirjeldatakse vaid ainekavade õpitulemuste võrdlemise aluseid.

Ainekavade võrdleval analüüsimisel lähtuti vaid riiklikest aineõppe alusdokumentidest (ainekavad), s.t ei arvestatud näiteks õppevara, eksamiülesandeid, soovituslikke tugimaterjale. Eesti ainekava analüüsimisel kasutati täiendavalt siiski ka veebilehel <http://oppekava.ee> asuvat põhikooli matemaatika valdkonnaraamatut, milles õpitulemused on seletatud lahti klassiti. Olgugi et tegu on ainult ühe võimaliku ainekava tõlgendamise variandiga, annab Eesti praegune õpikutradsioon aluse arvata, et selle kasutus on valdav. Uurimuse seisukohast oli tegu väga vajaliku abimaterjaliga, sest ainult kooliastmeti esitatud ainekava arvestamisel oleksid tulemused jäänud liiga üldsõnaliseks.

Täpsema uurimismetoodika väljatöötamisel võeti eeskujuks sarnane uurimus Inglismaal (Review... 2012), kus võrreldi kolme aine ainekavasid: inglise keel, matemaatika, loodusained (*science*). Inglismaa uurimuse valimisse kuulus 5 riiki, mis valiti välja rahvusvaheliste tasemeuuringute tulemuste põhjal (PISA, TIMSS) ning esindatud olid eranditult kõige edukamate riikide ainekavad – eesmärk oli teada saada, mida peaks Inglismaa uue õppekava koostamisel arvestama, et see vastaks kõrgeimatele rahvusvahelistele standarditele (*ibid*, lk 5).

Riikide valik

Eesti võrdlusuuring lähtus esmasel riikide valikul samuti tasemeuuringust – 2009. aasta PISA (matemaatikaosa) tulemustest. Käesolevas uurimuses ei seatud aga eesmärgiks välja valida ainult parimate riikide matemaatika ainekavasid, vaid analüüsida võrdlusuuringus PISA Eestist nõrgemaid või samaväärseid tulemusi saavutanud riikide ainekavasid. matemaatikatumulemuste poolest ka Eestist nõrgemalt, tugevamalt ja samaväärselt hinnatud riikide ainekavasid¹.

PISA tulemuste järgi on Singapur, Ontario ja Uus-Meremaa Eestiga võrreldes statistiliselt oluliselt edukamad riigid ning esindavad analüüsis nn tugevaid riike (Uus-Meremaa on neist Eestile tulemuste poolest kõige lähemal). Nn nõrgemaid riike esindavad Inglismaa ja Bulgaaria, mille keskmised tulemused oli Eesti omadest statistiliselt oluliselt madalamad.

(OECD 2010, joonis 1.3.10)

Analüüsi objekt

Selles uurimuses analüüsitakse põhikoolide ainekavasid, v.a erisused Singapuri ja Inglismaa ainekavade arvestamisel. Singapuri puhul arvati õpilaste vanuse tõttu (vt tabel 1) sisse ka keskkooli (*Lower-Secondary*) ehk 7.–10. klassi ainekava; samuti viidatakse võrdlustes Inglismaa keskkooli ehk

¹ Lõpliku riikide valiku tegemisel kujunes piiranguks ka ainekavade keel. Nii jäid näiteks kõrvale lähemad ja huvi pakkunud riikide ainekavad Lätist ja Leedust, aga ka Islandilt, Slovakiast, Šveitsist, Belgiast – riiklike õppekavasid ja ainekavasid teistesse keeltesse tõlgitud ei ole.

10.–12. klassi ainekavale (*Secondary*), sest Inglismaa õpilased lõpetavad võrreldes Eesti õpilastega põhikooli umbes kaks aastat varem.

Võrreldud ainekavad on vastu võetud järgmistel aastatel:

- Eesti 2011
- Bulgaaria 1999
- Inglismaa 1999², 2007³
- Ontario (Kanada) 2005
- Singapur 2007
- Uus-Meremaa 2009

Õppesisu ja õpitulemuste võrdlemisel on oluline arvestada kahte aspekti. Ühelt poolt on oluline jälgida, mitmendas klassis on õpilane, teiselt poolt ei saa unustada õpilase vanust. Et uurimuse teises osas käsitletava õppeprotsessi ajaline järgnevus oleks paremini jälgitav, koostati vanuseid ja kooliaastaid (klasse) kirjeldav tabel (vt tabel 1). Tabelis on kirjas vanus, millal enamik õpilastest vastavat kooliaastat (ehk klassi) alustab. Andmeid kohustusliku kooliea kohta tabel siiski üheselt õigesti ei esita, sest tingimused koolis õppimise alustamise vanuse määramiseks on riigiti erinevad. Näiteks ei tehta tabelis vahet, kas õpilane on kohustatud kooli minema 6- või 6–7-aastaselt. Ka Eesti puhul on vanuseks märgitud 7 aastat, kuigi vanuse määramise tähtaeg on 1. oktoober, mis tähendab, et kooli läheb seaduse järgi ka 6-aastasi lapsi.

Tabel 1. Riikide kooliastmed.⁴

| Vanus /Riik | Eesti | | Bulgaaria | | Inglismaa | | Ontario | | Singapur | | Uus-Meremaa | |
|----------------|-----------|-------|--------------------------|-----|------------|-----|------------|-----|-----------|-----|-------------|-----|
| | Kooliaste | Klass | KA | KI | KA | KI | KA | KI | KA | KI | KA | KI |
| 5 | | | | | KeyStage 1 | 1. | | | | | | |
| 6 | | | | | | 2. | | | | | | |
| 7 | I KA | 1. | Начален етап | 1. | KS2 | 3. | Elementary | 1. | Primary | 1. | Primary | 1. |
| 8 | | 2. | | 2. | | 4. | | 2. | | 2. | | 2. |
| 9 | | 3. | | 3. | | 5. | | 3. | | 3. | | 3. |
| 10 | II KA | 4. | | 4. | | 6. | | 4. | | 4. | | 4. |
| 11 | | 5. | Прогимна- зиален етап | 5. | KS3 | 7. | Secondary | 5. | Secondary | 5. | Secondary | 5. |
| 12 | | 6. | | 6. | | 8. | | 6. | | 6. | | 6. |
| 13 | III KA | 7. | | 7. | | 9. | | 7. | | 7. | | 7. |
| 14 | | 8. | | 8. | | 10. | | 8. | | 8. | | 8. |
| 15 | | 9. | Гимна- зиален етап | 9. | KS4 | 11. | | 9. | | 9. | | 9. |
| 16 | Gümn. | 10. | | 10. | | 12. | | 10. | | 10. | | 10. |
| 17 | | 11. | | 11. | | | | 11. | | | | 11. |
| 18 | | 12. | | 12. | | | | 12. | | | | 12. |
| | | | | | | | | | | | | 13. |

² Esimesed kaks kooliastet, s.o 1.–2. klass ja 3.–6. klass

³ Kaks viimast kooliastet, s.o 7.–9. klass ja 10.–12. klass

⁴ — tähistab piiri, milleni üldjuhul on ainekavasid analüüsitud.

Bulgaaria ja Uus-Meremaa kooliastmed on tabelis esitatud üldistavalt. Bulgaaria õpilased lähevad kooli 7-aastaselt ja kohustuslik on läbida põhihariduse 8 klassi, ent edasiõppimiseks on erinevaid võimalusi: õppida veel 2, 3 või 4–5 aastat (sõltuvalt koolitüübist). Ka Uus-Meremaa gümnaasiumiosa võib tegelikult tabelis esitatud kujust erineda ja olla (läheldes õpilase valikutest) erineva pikkusega. **Järelikult on oluline tabelis esitatut pidevalt silmas pidada, ent mitte unustada, et tegemist on üldmuljet loova informatsiooniga, mis range tabel-esituse kujul võib olla eksitav.**

Olgugi et uurimuse eesmärgiks oli võrrelda Eesti põhikooli matemaatika ainekava teiste riikide samaväärsete ainekavadega, oli siiski tegemist paraja väljakutsega – kui kaugele välisriikide ainekava uurida, kui lapsed lähevad erineval ajal kooli? Variante oli kolm:

- Ühitada ainekava piir vanusega, nt analüüsitakse ainult kuni 15-aastastele kehtivaid ainekavasid. See sobiks hästi ka rahvusvahelise võrdlusuuringu PISA valimi moodustamise printsiibiga. Sobiksid Eesti, Bulgaaria, Ontario, Singapuri ja Uus-Meremaa ainekavad. Inglismaal jäävad 15-aastased IV kooliastme keskele (ainekava on esitatud kooliastmeti).
- Tõmmata piiriks klass, nt 8. klass, sest see langeb kokku võrdlusuuringus TIMSS valimi moodustamise printsiibiga. Sobiksid Bulgaaria, Ontario, Uus-Meremaa, Singapuri ainekavad. Eestil ja Inglismaal jääb aga 8. klass kooliastme keskele (ainekavad on esitatud kooliastmeti).
- Tõmmata piir põhikooli lõppu. Sellisel juhul on Inglismaa õpilased meist 2 aastat nooremad, Bulgaarias jõutakse õppida aasta vähem kui Eestis. Ontario ja Uus-Meremaa lapsed lähevad 6-aastaselt 8-klassilisse põhikooli ja on kooli lõpetades 2 aastat nooremad kui meie lapsed põhikooli lõpus.

Selles uurimuses on püütud esimene ja kolmas variant omavahel ühendada, s.t uurida ainult põhikoolide ainekavasid, aga arvestada siiski mõnel juhul ka vanust juuksekarva seejuures lõhki ajamata. Uurimuse koostajad ei ole küll analüüsinud gümnaasiumide ainekavasid terviklikult, aga mingite vajadusel on viidatud ka keskkooli astmele. (Vt ka tabel 1 juures olevat allmärkust.)

* * *

Protseduur – õppesisu ja õpitulemuste võrdlemine

Õpitulemuste võrdlemiseks püüti esmalt leida iga välisriigi õpitulemusele vaste Eesti ainekavast. Kuna ainekavad on aga väga erineva detailsuseastmega, ei saanud ainult sellele lähenemisele uurimust üles ehitada. Inglismaa uurimuse (Review... 2012) eeskujul (Ruddock 2008) on oma uurimuses kõrvutanud õpitulemusi ning kasutanud ühtlasi ka kvantitatiivset meetodit, ent käesoleva töö autorid välistasid selle võimaluse. Liiga palju informatsiooni oleks läinud kaotsi ning kuna õpitulemused on sõnastatud väga erinevalt (vormiliselt, keeleliselt), on kvantitatiivse lähenemise veahinnangud ilmselt küllaltki suured. Käesolevas uurimuses on seega kasutatud kvalitatiivset metoodikat.

Nii jaotati põhikooli matemaatika 7 valdkonnaks:

- arvud ja arvutamine (arvuhulga laiendamine, arvutamine hulkades \mathbb{N} ja \mathbb{Q} , protsentarvutus);
- mõõtmine ja mõõtühikud;
- geomeetria (planeetria, stereomeetria);
- algebra;
- funktsioonid;
- statistika;
- tõenäosus.

Selline jaotus ei vasta täpselt Eesti ainekava ülesehitusele, sest paljude erinevate ainekavade võrdlemisel osutus otstarbekamaks teha jaotus pigem traditsioonilisemate matemaatika valdkondade alusel.

Kõik mainitud 7 valdkonda jaotati omakorda alamvaldkondadeks ning esitati võrdlevate tabelitena, kuhu koondati klassiti / kooliastmeti kõik analüüsivad õpitulemused (ja vajadusel õppesisu).

Analüüsi tulemuste esitamine

Analüüsi tulemused on kokkuvõtvalt välja toodud peatükis „Kokkuvõtte uurimistulemustest“, mis kirjeldab õpetatava erinevat järgnevust, ajalisi nihkeid, ülesannete nõudlikkust või mõne kitsama teema ühest või teisest ainekavast puudumist. Ainekavade ülesehituslikud erisused, muuhulgas õpitulemuste erinev üleskirjutusviis, erinev detailsuse aste, on kirjeldatud iga riigi profiili vastavas peatükis; samuti on seal esitatud õpitulemuste / õppesisu rõhuasetused vastava riigi kontekstis ja võrrelduna Eesti ainekavaga.

Ainekava mõju hindamine

Eespool mainitud Inglismaa analüüsis (Review... 2012) võrreldi selliseid ainekavasid, mille järgi just rahvusvahelistes tasemeuuringutes osalenud õpilased olid õppinud. Käesolevas uurimuses on võetud aluseks Eestis praegu kehtiv (kinnitatud 2011. a) ainekava ning ka välisriikide ainekavadest analüüsiti hetkel kehtivaid dokumente. Seega ei ole selles uurimuses kasutatud ainekavade sisu mõju 2009 PISA tulemustele võimalik hinnata, sest näiteks kas või Eesti õpilane ei olnud 2009. aasta PISA uuringu toimumise ajal veel praeguse ainekava järgi õppinud.

Kasutatud mõisteid

enaktiline – tegevuslik [meetod], s.t õppeprotsessis kasutatakse nn käega katsutavaid objekte, on seotud ka ruumitajuga (Bruneri järgi). Tegevusliku lähenemise korral kasutab õpilane ruumala mõiste käsitlemisel näiteks ühikkuupe.

ikooniline – pildiline, kujundilis-sümboolne [meetod], s.t õppeprotsessis kasutatakse pilte, kujundeid jms. Ikoonilise lähenemise puhul kasutab õpilane ruumala mõiste käsitlemisel näiteks paberil olevaid nn ruumilisi jooniseid, s.o objektide omadusi uuritakse ilma, et õpilane neid käes hoiaks.

kontsentriiline = spiraalne

piktogramm – piltdiagramm

spiraalne õppekava / teema käsitus – sama (õppe)sisu aste-astmelt süvenev õpetamine, s.t igal spiraali täispöördel käsitletakse teemat laienevalt ja süvenevalt.

sõnalis-sümbooliline meetod on Bruneri järgi enaktilise ja ikoonilisega võrreldes kõige abstraktsem, kasutatakse sümboleid. Näiteks arvutatakse keha ruumala valemi järgi, mitte ruumilisi ühikkuupe loendades või kahemõõtmelist joonist uurides.

RAHVUSVAHELISTEST TASEMEUURINGUTEST

Eesti on osalenud vanema astme põhikooli õpilastega neljas esinduslikus rahvusvahelises võrdlusuuringus: TIMSS (2003) ja PISA (2006, 2009, 2012). Sealt saadud andmete põhjal saame Eesti matemaatikaõpetuse taset (õppijate saavutatud tulemusi) võrrelda teiste riikide tulemustega. Võrdlusuuringute tulemuste alusel seatakse riike ja/või riikide piirkondi pingeridadesse ja seeläbi hinnatakse nende haridussüsteemide headust.

Mõlemad nimetatud uuringud hindavad õpilaste edukust matemaatikas ja loodusainetes (PISAs lisaks ka emakeeles), kuid eesmärgiseade ja ka tulemuste esitus on siiski erinevad. TIMSSi (*Trends in International Mathematics and Science Study*) fookus keskendub sellele, mida ja kui palju õpilased teavad ja oskavad. PISA (*Program for International Student Assessment*) seevastu huvitub nn kirjaoskustest emakeeles, matemaatikas ja loodusainetes ning sellest, kuidas õpilased õpitut elulisemates situatsioonides rakendada suudavad.

Käesoleva uuringu eesmärki toetaksid mõneti paremini TIMSSile omased väljundid, mis esitatakse vastavalt matemaatika aine- ehk sisuvaldkondadele (*arvud ja arvutamine, geomeetria, mõõtmine, algebra, andmed ja tõenäosus*) ja ülesannete lahendamiseks vajalikele kognitiivsetele valdkondadele (*teadmine, rakendamine, arutlemine*). TIMSSi tulemuste valgusel saaks hinnata näiteks seda, kuivõrd tasakaalus on matemaatika ainekava sisuvaldkondade lõikes või kuivõrd erineb õpilaste matemaatika teadmiste ja oskuste rakendamise stiil, kas kasutatakse fakte ja teadmisi rutiinsetes situatsioonides või suudetakse lahendada ka tunnetuslikult tasemelt nõudlikumaid ülesandeid, vajadusel arutledes. PISA uurib nn matemaatilist kirjaoskust ning tulemused esitatakse vastavalt kuuele saavutustasemele ja tunnetuslikele tasemetele, vt tabel 2.

Tabel 2. PISA saavutustasemed (Lepmann, 2010b)

| Saavutustasemed | Punktid | Kognitiivne tase |
|-----------------|----------|--|
| | < 358 | Õpilane pole omandanud PISA mõttes matemaatika rakendamise oskust. |
| 1. | 358–420 | Õpilane pole omandanud PISA mõttes matemaatika rakendamise oskust. Tuleb toime faktide ja rutiinsete operatsioonide taasesitamisega, taassooritamisega tuttavate lihtsamate probleemide lahendamisel |
| 2. | 420–482 | Tuleb toime faktide ja rutiinsete operatsioonide taasesitamisega, taassooritamisega tuttavate probleemide lahendamisel. |
| 3. | 482–545 | Oskab seostada erinevaid matemaatilisi teadmisi ja oskusi lihtsamate tuttavate probleemide lahendamisel. |
| 4. | 545–607 | Oskab seostada erinevaid matemaatilisi teadmisi ja oskusi mõnes osas uudsete probleemide lahendamisel. |
| 5. | 607–669 | Valdab avarat loominguulist matemaatilist mõtlemist. On suuteline matemaatilisel argumenteerima. |
| 6. | 669< ... | Valdab avarat loominguulist matemaatilist mõtlemist. On suuteline matemaatilisel argumenteerima ka keerukamate probleemide korral. |

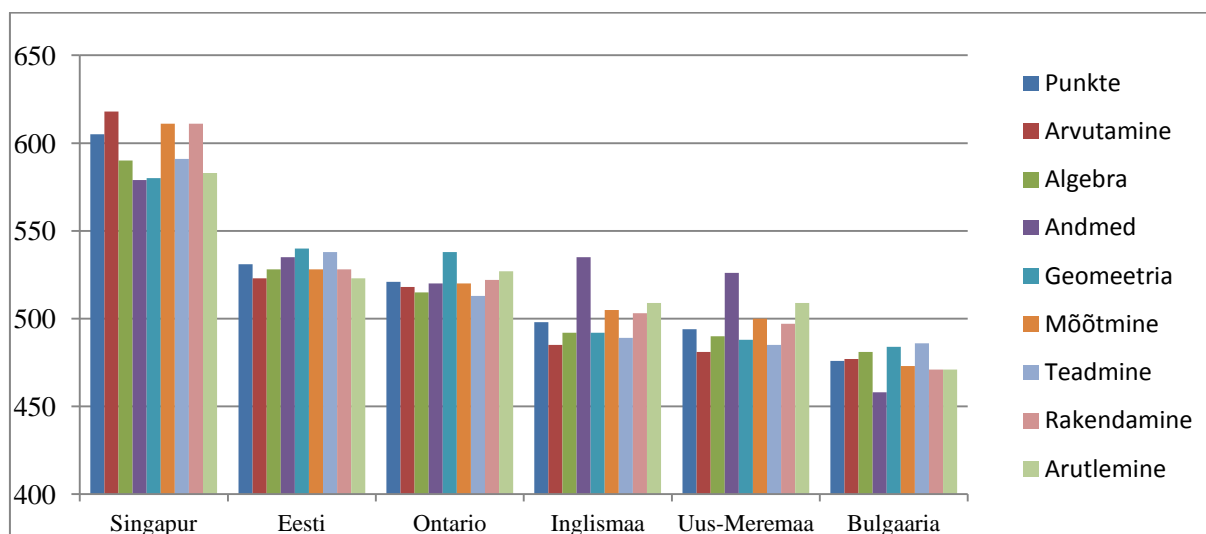
Lisaks eespool märgitud tulemustele on mõlema uuringu raames viidud läbi ka põhjalikud õpilaste, õpetajate ning koolijuhtide küsitlused. Neist saab erinevat taustinfot, nt õpilaste matemaatika-lembuse või koduste ülesannete lahendamisele kuluva aja kohta, õpetajate hariduse kohta.

Tulemused – TIMSS

Arvestades, et TIMSSi ja PISA valimisse kuuluvad õpilased on erinevad, siis oli hea näha, et Eesti õpilased olid matemaatikas edukad mõlemas võrdlusuuringus. Uuringus TIMSS kuuluvad valimisse 8. klasside õpilased. Siin võiks meie õpilastel olla mingi eelis selle tõttu, et nad alustavad kooliteed suhteliselt hilja ja seetõttu oli nende vanus nüüd 10 aastat tagasi toimunud uuringus üks kõrgemaid, 15,2 aastat, samas Bulgaaria, Inglismaa, Ontario, Singapuri ja Uus-Meremaa lastel vastavalt 14,9; 14,3; 13,8; 14,3 ja 14,1 aastat. TIMSSi 2003. aasta tulemused on esitatud tabelis 3 ja joonisel 1.

Tabel 3. Valitud riikide tulemused TIMSS 2003 põhjal viies matemaatika sisuvaldkonnas ja kolmes kognitiivses valdkonnas.

| Valdkond/Riik | Eesti | | Bulgaaria | | Inglismaa | | Ontario | | Singapur | | Uus-Meremaa | |
|---------------------------------|-------|---------|-----------|-----|-----------|---------|---------|-----|----------|----|-------------|---------|
| Keskmine vanus | 15,2 | | 14,9 | | 14,3 | | 13,8 | | 14,3 | | 14,1 | |
| Riigi üldine punktisumma (koht) | 531 | 8. | 476 | 27. | 498 | 19. | 521 | 10. | 605 | 1. | 494 | 22. |
| Arvutamine ⁵ | 523 | 11. | 477 | 26. | 485 | 22. | 518 | 12. | 618 | 1. | 481 | 24. |
| Algebra | 528 | 8. | 481 | 26. | 492 | 20. | 515 | 10. | 590 | 2. | 490 | 21. |
| Andmed | 535 | 10.-11. | 458 | 27. | 535 | 10.-11. | 520 | 17. | 579 | 1. | 526 | 17. |
| Geomeetria | 540 | 7. | 484 | 22. | 492 | 17. | 538 | 8. | 580 | 5. | 488 | 21.. |
| Mõõtmine | 528 | 9. | 473 | 30. | 505 | 17. | 520 | 11. | 611 | 1. | 500 | 21. |
| Teadmine | 538 | 6. | 486 | 26. | 489 | 23. | 513 | 15. | 591 | 2. | 485 | 28. |
| Rakendamine | 528 | 9. | 471 | 29. | 503 | 17.-18. | 522 | 11. | 611 | 1. | 497 | 22. |
| Arutlemine | 523 | 11. | 471 | 30. | 509 | 14.-15. | 527 | 10. | 583 | 1. | 509 | 14.-15. |

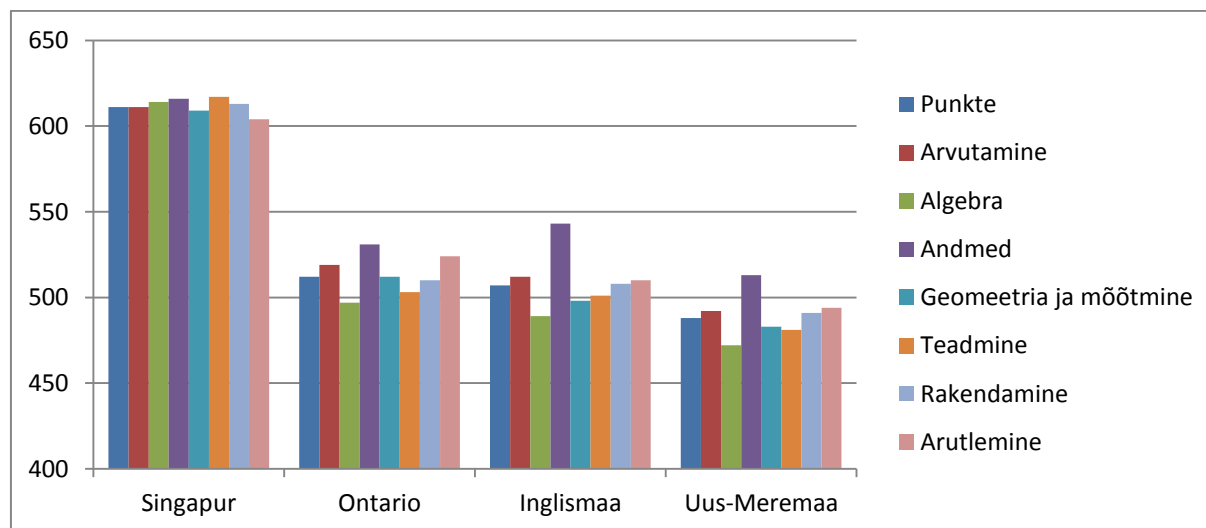


Joonis 1. Valitud riikide tulemused TIMSS 2003 põhjal viies matemaatika sisuvaldkonnas ja kolmes kognitiivses valdkonnas

Kuigi Eesti ja Bulgaaria 2011. aasta TIMSSis ei osalenud, olgu lisatud värskemad andmed nägemaks arenguid Inglismaal, Ontarios, Singapuris ja Uus-Meremaal. Erinevalt 2003. aastal läbi viidud uurimusest on uuemas uurimuses geomeetria ja mõõtmine ühendatud üheks sisuvaldkonnaks. Järgmiselt jooniselt näeme, et Singapur on ikkagi kõikides valdkondades võrdselt edukas, kuid võrreldes varasema uuringuga (TIMSS 2003) on õpilastele sümpaatsemad rutiinsed ehk *teadmise* tasemel ülesanded. Ülejäänud kolmele regioonile on iseloomulikuks *andmete* valdkonna tulemuse

⁵ TIMSSis oli riikide keskmiseks (igas valdkonnas) teisendatud 467p

esiletõus, seda eriti Inglismaal ja Uus-Meremaal. Samuti on neile kolmele riigile ühine trend, et õpilased lahendavad suhteliselt edukamalt koguniivselt nõudlikumaid ülesandeid. Ontario õpilased lahendavad suhteliselt kõige edukamalt *arutlemise* valdkonna ülesandeid võrreldes teiste ülesannetega. Ontario õpilased lahendasid *algebra* valdkonna ülesandeid võrreldes oma riigi keskmise tulemusega oluliselt halvemini. Inglismaa ja Uus-Meremaa õpilastel on tulemused *algebra* ja *geomeetria* valdkonnas oluliselt halvemad nende riikide keskmisest punktisummast.



Joonis 2. Singapuri, Ontario, Inglismaa ja Uus-Meremaa tulemused TIMSS 2011 põhjal viies matemaatika sisuvaldkonnas ja kolmes koguniivses valdkonnas.

Tulemused – PISA 2009

PISA puhul on valimi moodustamise printsiibiks õpilaste ühealilisus ja vanusepiiriks on 15 aastat. Selletõttu võiks ehk eeldada, et selles tasemeuuringus võiks olla teatud eeliseid nende riikide-piirkondade õpilastel, kes lähevad kooli nooremana. Samas ei saa tulemuste põhjal sellist järeldust vähemalt üks-üheselt teha: Soomes minnakse kooli samuti 7-aastaselt ja seal saadi matemaatikas Euroopa parim tulemus.

Allolevas tabelis 4⁶ on kõikide riikide õpilaste keskmised tulemused statistiliselt oluliselt erinevad.

Tabel 4. PISA2009 tulemused.

| | Eesti | Singapur | Ontario | Uus-Meremaa | Inglismaa | Bulgaaria |
|-------------------|-------|----------|-----------------|-------------|-----------------|-----------|
| Keskmiselt punkte | 512 | 562 | 526 (CA 527) | 519 | 493 (UK 492) | 428 |
| Koht | 17. | 2. | (CA 10.) | 13. | (UK 27.) | 46. |

Õpilaste edukuse profiili kirjeldab õpilaste jaotumine 6 (või täpsemalt 7) saavutustaseme lõikes. Lepmanni (2010b, Tabel 6.2) analüüsist on näha erinevate riikide õpilaste jaotus vastavalt saavutustasemetele. Sealt selgus, et Eesti õpilastest 87,9% (OECD keskmine 78,0%) ületas nn null-

⁶ Inglismaa tulemused pärinevad: www.nfer.ac.uk/publications/NPDZ01/NPDZ01.pdf. Ontario tulemused pärinevad: Knighton, T., Brochu, P., Gluszynski, T. (2010). Measuring up: Canadian Results of the OECD PISA Study.

nivoo ehk teise saavutustaseme olles sellega riikide pingereas 10. kohal. See näitaja teeb meie haridussüsteemile au. Kahjuks ilmneb ka fakt, et mida keerulisemaks lähevad ülesanded, seda suhteliselt vähem leidub meil õpilasi teiste riikidega võrreldes, kes neid lahendada suudavad, st kõrgematele saavutustasemetele jõudnud õpilasi on Eestis vähem. Vähemalt 3. saavutustaseme saanud õpilaste osakaaluga oleme 14. kohal, edasi tulevad 17. koht, siis 23. koht ning kõrgeimale, 6.-le saavutustasemele küündib Eesti õpilastest 2,2%, mis on riikide pingereas 27. kohal, jäädes juba alla ka OECD keskmisele (3,1%). Vt tabel 5.

Tabel 5. 2009. aasta PISA matemaatika (Lepmann, 2010b, Tabel 6.2). ⁷

| Nr | Tasemed | 2 - 6 | | 3 - 6 | | 4 - 6 | | 5 - 6 | | 6 |
|-----|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|------|
| 1. | Shanghai | 95,1 | Shanghai | 86,4 | Shanghai | 71,2 | Shanghai | 50,4 | Shanghai | 26,6 |
| 2. | Soome | 92,2 | Hong Kong | 78,0 | Singapur | 58,4 | Singapur | 35,6 | Singapur | 15,6 |
| 3. | Korea | 91,9 | Singapur | 77,1 | Hong Kong | 56,0 | Hong Kong | 30,7 | Hiina Taipei | 11,3 |
| 4. | Hong Kong | 91,2 | Soome | 76,6 | Korea | 51,9 | Hiina Taipei | 28,6 | Hong Kong | 10,8 |
| 5. | Liechtenstein | 90,5 | Korea | 76,3 | Hiina Taipei | 50,8 | Korea | 25,6 | Korea | 7,8 |
| 6. | Singapur | 90,2 | Liechtenstein | 75,5 | Soome | 49,5 | Šveits | 24,1 | Šveits | 7,8 |
| 7. | Macao | 89,0 | Hiina Taipei | 71,7 | Liechtenstein | 49,3 | Soome | 21,7 | Jaapan | 6,2 |
| 8. | Kanada | 88,5 | Šveits | 70,6 | Šveits | 47,6 | Jaapan | 20,9 | Belgia | 5,8 |
| 9. | Jaapan | 87,5 | Jaapan | 70,1 | Jaapan | 44,4 | Belgia | 20,4 | Uus-Meremaa | 5,3 |
| 10. | Eesti | 87,4 | Kanada | 69,8 | Holland | 43,8 | Holland | 19,9 | Liechtenstein | 5,0 |
| 11. | Hiina Taipei | 87,2 | Macao | 69,5 | Kanada | 43,3 | Uus-Meremaa | 18,9 | Soome | 4,9 |
| 12. | Holland | 86,6 | Holland | 67,6 | Macao | 41,7 | Kanada | 18,3 | Saksamaa | 4,6 |
| 13. | Šveits | 86,5 | Uus-Meremaa | 65,5 | Belgia | 41,7 | Liechtenstein | 18,1 | Austraalia | 4,5 |
| 14. | Uus-Meremaa | 84,6 | Eesti | 64,6 | Uus-Meremaa | 41,1 | Saksamaa | 17,8 | Holland | 4,4 |
| 15. | Austraalia | 84,1 | Austraalia | 63,9 | Saksamaa | 39,5 | Macao | 17,1 | Kanada | 4,4 |
| 16. | Island | 83,0 | Belgia | 63,5 | Austraalia | 38,1 | Austraalia | 16,4 | Macao | 4,3 |
| 17. | Taani | 82,9 | Saksamaa | 62,6 | Eesti | 34,7 | Sloveenia | 14,2 | Sloveenia | 3,9 |
| 18. | Norra | 81,8 | Island | 61,8 | Island | 34,5 | Prantsusmaa | 13,7 | Slovakkia | 3,6 |
| 19. | Saksamaa | 81,4 | Taani | 59,9 | Prantsusmaa | 33,8 | Island | 13,6 | Prantsusmaa | 3,3 |
| 20. | Belgia | 80,9 | Prantsusmaa | 57,6 | Sloveenia | 33,2 | Austria | 12,9 | Tšehhi | 3,2 |
| 21. | Inglismaa | 79,8 | Norra | 57,5 | Taani | 32,5 | Keskmine | 12,7 | Island | 3,1 |
| 22. | Sloveenia | 79,7 | Sloveenia | 57,2 | Austria | 32,5 | Slovakkia | 12,7 | Keskmine | 3,1 |
| 23. | Poola | 79,5 | Keskmine | 56,0 | Keskmine | 31,6 | Eesti | 12,1 | Austria | 3,0 |
| 24. | Iiri | 79,2 | Slovakkia | 55,8 | Slovakkia | 30,8 | OECD kokku | 11,6 | OECD kokku | 2,8 |
| 25. | Slovakkia | 79,0 | Rootsi | 55,6 | Rootsi | 30,3 | Tšehhi | 11,6 | Rootsi | 2,5 |
| 26. | Rootsi | 78,9 | Austria | 55,6 | Luksemburg | 30,3 | Taani | 11,6 | Taani | 2,5 |
| 27. | Keskmine | 78,0 | Poola | 55,5 | Norra | 29,9 | Rootsi | 11,4 | Luksemburg | 2,3 |
| 28. | Ungari | 77,7 | Inglismaa | 54,9 | Poola | 29,4 | Luksemburg | 11,4 | Eesti | 2,2 |
| 29. | Tšehhi | 77,7 | Iiri | 54,7 | Tšehhi | 29,1 | Poola | 10,4 | Poola | 2,2 |
| 30. | Prantsusmaa | 77,5 | Ungari | 54,5 | OECD kokku | 29,0 | Norra | 10,2 | Ungari | 2,0 |
| 31. | Läti | 77,4 | Tšehhi | 53,4 | Ungari | 28,5 | Ungari | 10,1 | Portugal | 1,9 |
| 32. | Austria | 76,8 | Luksemburg | 53,4 | Inglismaa | 27,7 | USA | 9,9 | USA | 1,9 |
| 33. | USA | 76,6 | OECD kokku | 52,5 | Portugal | 27,3 | Inglismaa | 9,8 | Norra | 1,8 |
| 34. | Portugal | 76,3 | Portugal | 52,4 | USA | 27,0 | Portugal | 9,6 | Inglismaa | 1,8 |
| 35. | Hispaania | 76,3 | Hispaania | 52,3 | Itaalia | 26,3 | Itaalia | 9,0 | Itaalia | 1,6 |
| 36. | Luksemburg | 76,1 | USA | 52,2 | Iiri | 26,1 | Hispaania | 8,0 | Hispaania | 1,3 |
| 37. | OECD kokku | 75,2 | Itaalia | 50,9 | Hispaania | 25,7 | Leedu | 7,0 | Leedu | 1,3 |
| 38. | Itaalia | 75,1 | Läti | 50,2 | Leedu | 22,3 | Iiri | 6,7 | Türgi | 1,3 |
| 39. | Leedu | 73,7 | Leedu | 47,6 | Läti | 22,1 | Dubai (UAE) | 6,5 | Dubai (UAE) | 1,2 |
| 40. | Venemaa | 71,4 | Kreeka | 43,3 | Kreeka | 19,3 | Israël | 5,9 | Israël | 1,2 |
| 41. | Kreeka | 69,7 | Venemaa | 42,9 | Dubai (UAE) | 18,5 | Kreeka | 5,7 | Venemaa | 1,0 |
| 42. | Horvaatia | 66,8 | Horvaatia | 40,1 | Israël | 17,9 | Läti | 5,7 | Iiri | 0,9 |
| 43. | Dubai (UAE) | 61,2 | Dubai (UAE) | 38,1 | Venemaa | 17,9 | Türgi | 5,6 | Kreeka | 0,8 |
| 44. | Israël | 60,5 | Israël | 38,0 | Horvaatia | 17,4 | Venemaa | 5,2 | Bulgaaria | 0,8 |
| 45. | Serbia | 59,4 | Serbia | 33,0 | Türgi | 15,3 | Horvaatia | 4,9 | Serbia | 0,6 |
| 46. | Türgi | 57,9 | Türgi | 32,6 | Serbia | 13,0 | Bulgaaria | 3,8 | Horvaatia | 0,6 |
| 47. | Aserbaidžaan | 54,7 | Bulgaaria | 29,5 | Bulgaaria | 12,0 | Serbia | 3,5 | Läti | 0,6 |
| 48. | Rumeenia | 53,0 | Uruguay | 27,3 | Uruguay | 10,3 | Tobago | 2,5 | Tobago | 0,3 |
| 49. | Bulgaaria | 52,9 | Tobago | 25,6 | Tobago | 10,2 | Uruguay | 2,4 | Uruguay | 0,3 |

Seega tõi nii PISA kui ka TIMSS välja kahjuks selle, et Eesti õpilaste koorekiht on väga õhuke. Singapuril on vastav muster pigem tõusvas trendis (vähemalt saavutustasemel 2 on 90,2% õpilastest ja 6. koht) ning kõrgeimal tasemel on neil 15,6% õpilastest (2. koht). Kergelt tõusva trendiga on ka Uus-

⁷ Viimased kaks rida on lisatud OECD andmete põhjal. Inglismaa tähistab siin tabelis UKd.

Meremaa (14. ja lõpuks 9. koht) ning Bulgaaria (48. ja lõpuks 43. koht). Kahjuks ei saa täpsemalt öelda Inglismaa ja Ontario mustrite kohta, kuid nende emamaade mustrid on langeva trendiga.

Järeldused

Ainekavade võrdlemisel on hea, kui tulemuslikkust saab võrrelda näiteks ainevaldkondade lõikes. Selliseid tulemusi võimaldab rahvusvaheline võrdlusuuring TIMSS. Näiteks saaksime näha, millist mõju võib avaldada algebra osaline tõstmine gümnaasiumisse või protsentarvutuse viimine vanemasse kooliastmesse.

Võrdlusuuringus PISA2009 erinevatele saavutustasemetele jõudnud õpilaste osakaalude järgi on moodustatud viis riikide pingerida. Kui vaadata, siis Singapurist oli vähemalt 2. saavutustasemel 90,2% õpilastest, mis andis riigile pingereas 6. koha. Edasi mida kõrgemat saavutustaset vaadata, seda kõrgemale Singapur kerkib, seega on ta n-ö tõusva trendiga riik. Tõusva trendiga on ka Bulgaaria (49. ja 43. koht) ja Uus-Meremaa (14. ja lõpuks 9. koht). Langeva trendiga on Eesti, Inglismaa ja Kanada. Raske on midagi öelda Inglismaa ja Ontario trendide kohta, sest pole teada, kas need ühtivad vastavate emamaade, Ühendkuningriikide ja Kanada trendidega.

PISA ja TIMSS reflekteerivad ainekavadega seonduvat erinevalt. TIMSS peegeldab aine sisuvaldkondade tasakaalustatust, toob välja nõrgad valdkonnad, aga PISA mitte. Peab muidugi märkima, et 2003.aastal korraldatud TIMSSi tulemused on aegunud. Uus ainekava pole kuidagi siintoodud võrdlusuuringute tulemustega seotud, sest ainekava ei olnud selleks ajaks veel loodud ega rakendunud. Kuid võiks öelda, et Eesti viimase ainekava arendajad on uuringutest saadud tagasisidet arvestanud – mõnevõrra on vähendatud algebraga seotud ainesisu (nt murdvõrrandi ja lineaarvõrratuse lahendamise õpetamine on viidud gümnaasiumisse). Kuna ebaedu saatis probleemülesannete ja üldse tekstülesannete lahendamist, siis vastavalt sellele on ainekava korrigeeritud. Et teada, kas matemaatika sisuvaldkondade balanss on viimases ainekavas varasemaga võrreldes paranenud, siis oleks mõistlik TIMSSis osaleda veelkord.

TIMSSi tulemuste põhjal saab selgeks, et kõige ühtlasemate teadmistega on Singapuri õpilased. Nad lahendavad võrdselt hästi teadmise ja rakendamise taseme ülesandeid ning nad on ühtlaselt tugevad igas ainevaldkonnas. TIMSSi põhjal selgub, et Inglismaal, Ontarios ja Uus-Meremaal lahendasid õpilased paremini *andmete* valdkonna ülesandeid, kuid Eesti õpilaste tase samas valdkonnas ei olnud halvem. Samas on just selles valdkonnas viimase ainekava uuendamise käigus toimunud sisu kärpimist, mis võiks väljenduda ka tulevastest TIMSSi uuringute tulemustes. Nii jäeti viimasest ainekavast välja keskmist iseloomustavad suurused mood ja mediaan, aga õpilastele oleks vaja selgitada ka seda, millal ja millist keskmist iseloomustavat suurust kasutada või millise tabeli või diagrammiga on mõistlikum erinevaid andmeid esitleda.

PISA tõi kahjuks välja selle, et Eesti õpilaste koorekiht on väga õhuke. See mure oli nii PISAs 2006 kui ka PISAs 2009. Tiit Lepmann (2010a) tõi välja, et Eesti õpilastele olid keerulisemad tunnetuslikus valdkonnas nõudlikumad ülesanded (nt tekstülesanded).

Lahenduseks võiks olla kaks omavahel seotud teed. Esiteks: õpilastele peaks pakkuma komplekssemaid ülesandeid, mida saab lahendada mitmel viisil. Omaette õppeülesandeks võiks olla erinevate viiside väljatoomine ja võrdlemine. PISA viiendas saavutustasemes on kirjas, et õpilased oskavad lahendada kompleksseid liitprobleeme. Nad peavad oskama vastavalt situatsioonile välja

valida sobiva lahendamise strateegia. Nad peaksid olema suutelised reflekteerima oma lahendust. Kuuendal saavutustasemel õpilased oskavad siduda erinevaid infoallikaid. PISA ülesannete seas on rohkelt selliseid, kus ülesande andmed on antud tabeli või diagrammi kujul, kust peab ise olulise info välja otsima ja sobivalt tõlgendama.

Lepmann (2010a, 2010b) leidis, et eesti ja vene õppekeelega koolide õpilaste tulemused on oluliselt erinevad hoolimata sellest, et mõlemale kehtis sama ainekava. Sarnane probleem õppekeele baasilt tuli välja ka nt Ontarios (Knighton jt, 2010), kus inglise õppekeelega koolide õpilased olid oluliselt edukamad kui vähemuses olevad prantsusekeelsete koolide õpilased. Samas Ontario kõrval on Kanadas valdavalt prantsuskeelne Quebec ja seal oli keelte ja tulemuste seos vastupidine – prantsuskeelsed õpilased olid edukamad. Seega mitmel juhul on piirkonnas vähemuskeeles õppivad õpilased kehvamate tulemustega. Lepmann (2010b) tõi välja ka selle, et PISAs 2009 üllatasid meeldivalt poisid, kelle tulemus oli võrreldes tüdrukutega oluliselt parem. Meie siseriiklikes tasemeuuringutes ja eksamites on üldjuhul edukamad tüdrukud (kuigi viimaste aastate 6. klasside tasemetöodes on vahe vähenenud (Taal 2011)). On võimalik, et poiste edu PISAs toetub sellele, et seal rakendatakse matemaatilist kirjaoskust tüüpülesanneteväliselt.

1. KOKKUVÕTE UURIMISTULEMUSTEST

Tulemused põhinevad Eesti ning Bulgaaria, Inglismaa, Ontario (Kanada), Singapuri ja Uus-Meremaa matemaatika ainekavade dokumendianalüüsil. Täpsemad uurimistulemused leiab peatükkidest „Õppesisu ja õpitulemuste võrdlus ainevaldkonniti“ ning „Haridussüsteemide kirjeldused ja ainekavade analüüsid“.

1.1 Ainekava kui dokumendi struktuur ja maht

Kõigis ainekavades saame dokumendi jagada mõtteliselt üldosaks ja ainekava sisuosaks. Võrreldes teiste riikidega, kirjeldavad õppe üldpõhimõtteid põhjalikumalt **Ontario** ja **Uus-Meremaa**.

Ainekavade struktuur:

Eesti: matemaatikapädevus, tunnijaotusplaan, üldpädevuste kujundamine, lõiming, **ainekava sisu** (üldalused e õppe- ja kasvatuseesmärgid + õppeaine kirjeldus, kooliastme õpitulemused, valdkonna õpitulemused, valdkonna õppesisu).

Bulgaaria: matemaatika üldregulatsioon, üldeesmärgid, **ainekava sisu** (oodatavad õpitulemused, õppesisu), tagasiside ja hindamine, metoodilised juhised.

Inglismaa: Põhikoolis (1999) – üldiselt matemaatika ainekavast, selle struktuurist ja õpetamise eesmärkidest, **ainekava sisu** (ainekava struktuur ja paigutus, matemaatika tähtsus, kooliastmete õppesisu ja õpitulemused), üldised nõudmised õpetamisele (pakkuda erinevaid efektiivse õppimise võimalusi, matemaatika keel, IKT kasutamine), saavutustasemete kirjeldused.

Keskikoolis (2007) – õppekava eesmärgid, matemaatika tähtsus, võtmepädevused; matemaatika protsessid; õppesisu ja -ulatus; ainekavas õpitu kasutusvõimalused ja lõiming; saavutustasemed.

Ontario: matemaatika tähtsus, matemaatika õppe kavandamise alused, matemaatika hariduse vastutus, ainekavaga taotletavad ootused, ainekava valdkonnad, matemaatilised protsessid, hindamise põhimõtted, saavutustasemete kaart, õpetamise lähtealused, aineülene ja lõimitud õpe, matemaatikaõppe kavandamine HEV-õpilastele, inglise keelt teise keelena õppijad ja kirjaoskuse areng, mittediskrimineeriv haridus matemaatikas, funktsionaalne kirjaoskus, IKT roll, karjääriõpe, tervis ja turvalisus, **ainekava sisu** (kokkuvõte iga valdkonna õpitulemustest, matemaatika protsessid, üldsõnalisemad õpitulemused valdkonniti, täpsemad õpitulemused valdkonniti, mõnel juhul ka näidisülesanded).

Singapur: A-osa ainekava üldine filosoofia (matemaatikaõpetuse laiemad eesmärgid, 5-tahuline raamistik ainekavale (metakognitsioon, kontseptsioonid, oskused, suhtumine, arutlemisoskused). B-osa **ainekava õppesisu**. Eripärana on iga valdkonna juures märgitud selliseid õppesisu ühikuid, mida siinkohal ei õpetata.

Uus-Meremaa: standardi arendamine, matemaatika standard ja tulemuslik õpetamine, ülesehitus, hindamine, dokumendi kasutamine inglise keelt teise keelena kõnelevate ja erivajadustega õpilaste puhul, toetavad materjalid, **ainekava sisu** (õpitulemused, näidisülesanded), mõisted.

Matemaatika ainekavade mahud riikides on järgmised:

- Eesti 13 lk (9 klassi)
- Singapur 47 lk (10 klassi, 7.–10. arvestatud ainult ühte matemaatika haru)
- Inglismaa 28+16 (+8 lk saavutustasemed) (1.–6. kl+7.–9. kl)
- Uus-Meremaa⁸ 55 lk (+4 lk saavutustasemed) (8 klassi)
- Bulgaaria 88 lk (8 klassi)
- Ontario 138 lk (8 klassi)

1.2 Õpitulemuste koondamine valdkondadesse (pealkirjatasandil)

Riigid koondavad õpitulemused suurte, traditsiooniliste matemaatika valdkondade alla (nt *algebra*, *geomeetria*). Eesti, Bulgaaria ja Singapuri ainekavad tükeldavad neid rohkem, nt *protsent* (Eesti), *kujundite võrdlemine* (Bulgaaria), *võrdeline jaotamine* (Singapur). Ühe klassi/kooliastme piires on ainevaldkondi tavaliselt 3–6.

Nii Inglismaa, Ontario kui ka Uus-Meremaa ainekavades on valdkonnad põhikooli läbivalt igas klassis peaaegu täpselt samad, s.t valdkondade jaotus 1. klassis on sama ka 2., 3., ... klassis. Eesti ja Singapur kasutavad ainekavade valdkondadesse jaotamisel võimalust mingit teemat/valdkonda eriliselt rõhutada, nt *mõõtmine ja tekstülesanded* (Eesti), *protsent* (Eesti, Singapur). Teistest tunduvalt erinev on Bulgaaria ainekava, mis on üles ehitatud maatriksikujuliselt – veeruti on ainevaldkonnad ja reati selle teema lõimumised matemaatika teiste valdkondadega (nt lõimitakse *algebra* ja *modelleerimine*). Bulgaaria kogu ainekava läbivaks lõimivaks valdkonnaks on *modelleerimise* kõrval ka *loogiline mõtlemine*.

Subjektiivse hinnangu alusel on ainekavad järjestatud detailsuse astme järgi, alustades detailseimast:

- Ontario
- Bulgaaria, Singapuri
- Inglismaa 1999
- Eesti
- Uus-Meremaa matemaatika standard ja Inglismaa 2007
- Uus-Meremaa (RÕKi ainevaldkonna õpitulemused)

NB! Vahed ei ole võrdsed!

1.3 Kokkuvõtte tulemustest matemaatika ainevaldkondade lõikes

Tulemuste interpreteerimisel tuleb silmas pidada, et Ontario ja Uus-Meremaa õpilased on oma põhikooli lõpetamisel Eesti põhikooli lõpetajatest 2 aastat nooremad ning Bulgaaria õpilased aasta nooremad. Teiselt poolt Singapuri lapsed on eestlastega võrreldes aasta kauem koolis käinud.

Arvud ja arvutamine

- Naturaalarvudega tutvumine on riigiti küllaltki erinev. Eestis ja Bulgaarias on eesmärgiks õppida selgeks nelja põhitehte sooritamine, tehete omadused ning kümnendsüsteemi ülesehitus.

⁸ Ainekava hulka loetakse nii ainekava kui ka matemaatika standard. Vt täpsemalt 2.5.3.2 *Haridusala*ne dokumentatsioon.

Teistes neljas riigis on olulisel kohal arvu mustrite ning jadade uurimine. Mustrite uurimine on üks meetod, kuidas arvutamist õppida, näiteks jõuda korrumistehete kontseptsioonini.

- Riikide kogemused sellest, kuidas leida paremat tasakaalu arvutamisoskuse ja ülesande lahendamise oskuse vahel:
 - murdarvudega arvutamisel seati ainekavas arvudele piirid, kui arvutati peast ja kirjalikult. Näiteks mingis klassis korrutati 3-kohalist arvu 2-kohalise arvuga või teisel jagati kümnendmurdu üksnes 1-kohalise naturaalarvuga.
 - kui autentsed, ümbritsevast elust pärit andmed probleemülesandes ületasid seatud piire, siis kasutati arvutuste sooritamisel kalkulaatorit.
- Enamuses riikides on murdarvudega arvutamine hajutatud mitmele kooliaastale. Vaid **Bulgaarias** käsitletakse murdarvudega arvutamist 5. klassis.
- **Singapuris** oli positiivsete harilike murdudega arvutamine hajutatud kõige pikemale ajavahemikule, 2.-6. klass. Sealjuures kirjaliku liitmise-lahutamise korral ei ületanud murru nimetaja arvu 12.
- Kuna **Eestis** murdarvudega arvutamisel arvude suurusele piire ei ole, siis kirjaliku arvutamise ülesanded võivad meil olla teiste riikidega võrreldes kõige nõudlikumad.

Protsent

- **Eesti** ainekavas on mõisted promill ja protsendipunkt, mida teiste riikide ainekavas ei kasuta.
- **Eesti** ja **Singapur** on protsentülesannete õpetamise hajutanud pikemale perioodile, kus ühel aastal lahendatakse vaid protsendi arvust leidmise ülesandeid ja järgmisel õpitakse lahendama teisi protsentülesannete liike.
- **Ontarios** õpitakse protsentülesandeid kahel aastal, kus esimesel aastal on ülesannetes vaid lihtsad protsentarvud (10%, 20%, 50% jt).

Mõõtmine ja mõõtühikud

- Õppesisus erinevusi ei olnud, kuid esile peab tõstma erinevusi lähenemisviisides. **Ontario** ainekava kohaselt palutakse õpilastel alati enne midagi mõõtma hakkamist hinnata oodatavat tulemust ja alles seejärel asutakse objekti mõõtma ja sellega seotud parameetreid arvutama.

Geomeetria

- **Bulgaarias** ja **Eestis** tegeletakse süsteemselt tõestamise õpetamisega geomeetria baasil.
- Võrrelduna teiste ainekavadega pööratakse **Eesti** ainekavas vähem tähelepanu ruumikujutluse arendamisele (keha ja tema pinnalaotuse uurimisele pööratakse vähem tähelepanu, kehade käsitlemine on viimase kooliastme lõpus).
- Täisnurkse kolmnurga lahendamine:
 - Pythagorase teoreemi rakendatakse **Eestis**, **Inglismaal**, **Singapuris** ja **Ontarios**.
 - Joonelementide leidmine trigonomeetrilisi funktsioone kasutades **Eestis** ja **Singapuris**.
 - Teravnurka leitakse trigonomeetrilisi funktsioone kasutades **Singapuris**.
- Siinus- ja koosinusteoreemi rakendatakse kolmnurga lahendamisel **Singapuris**.
- Vektoreid käsitletakse **Bulgaarias** ja **Singapuris**.
- Huknurga ja selle elementide propedeutiline käsitlemine **Ontario** (1.-2. kl rühmitab, kirjeldab, võrdleb enaktiselt, 3. kl läheneb ikooniliselt).

- Pinnalaotust on **Ontario**, **Singapuri** ja **Uus-Meremaa** ainekavades kasutatud kehade visualiseerimisel ja õpilase ruumikujutluse arendamisel: õpilane oskab määrata kehade (kuup, püstprisma, püramiid) pinnalaotuse ning vastupidi, määrab antud pinnalaotuse põhjal keha; teeb 3D kujundile vastava pinnalaotuse.

Algebra

- Algebraga tutvumisel võib eristada 3 erinevat lähenemist:
 - **Eesti** ja **Inglismaa** ainekavad sisaldavad algebra aluseid juba I kooliastmes (tähteline avaldis).
 - Ka **Bulgaaria** ja **Singapur** käsitlevad algebrat alates 6. klassist kõrge abstraktsuse astmega vastavalt 6. klassis tundmatu liidetava või teguri leidmisel võrduses.
 - **Ontario** ja **Uus-Meremaa** juurutavad kohe esimestes klassides aktiivseid meetodeid algebra õpetamisel, vahendiks kasutatakse nt arvu ja kujundi mustreid ja jadasid, kõrgemates klassides võidakse tulemusi saada ka nii, et püütakse esitada mustri n -ndat elementi avaldise abil.
- Tehteid algebraliste avaldistega käsitletakse **Eesti**, **Bulgaaria** ja **Singapuri** ainekavade järgi teiste riikide ainekavadega võrreldes sügavamalt (abivalemid, tegurdamine, tehted hulkliikmetega).
- Võrrandite ja võrrandisüsteemide käsitlemise sügavusel ja ulatusel on riikide lõikes suured erinevused. Osa riike ei jõua põhikooli jooksul lineaarvõrrandi käsitlemisest kaugemale (**Ontario**, **Uus-Meremaa**).
- **Bulgaarias** käsitletakse võrrandeid, võrrandisüsteeme ja võrratusi suure sügavuse astmega (absoluutväärtust sisaldav võrrand, parameetrit sisaldav lineaarvõrrand ja võrrandisüsteem, lineaarvõrratuste süsteem).

Funktsioonid

- Funktsionaalse mõtlemise arendamiseks kasutavad (eeltööna) **Singapur**, **Ontario**, **Inglismaa**, **Uus-Meremaa** funktsiooni mõiste kujundamisel mustreid, millest liigutakse edasi n -da liikme esitamiseni algebralisel kujul.
- **Ontarios** ja **Uus-Meremaal** ei käsitleta põhikoolis (15-aastaselt) funktsiooni ja selle graafikut, vaid vaadeldakse muutujatevahelist seost, mida valemi kujul ei esitata.
- Lineaarset seost käsitletakse kõikides riikides, ruutfunktsiooni neljas riigis (s.o v.a **Ontario**, **Uus-Meremaa**). **Eestis** ja **Bulgaarias** käsitletakse lisaks pöördvõrdelist sõltuvust ja selle graafikut ning **Singapuris** tutvutakse ka astme- ja eksponentfunktsiooniga.

Statistika

- **Eesti** ainekava eristub teistest riikidest selle poolest, et andmete kogumise ja töötlemisega alustatakse alles II kooliastmes (valdkonnaraamatu järgi 5. kl) – kõikides teistes riikides alustatakse 1. või 2. klassis, esmalt praktiliste/mänguliste ülesannete kaudu.
- Aritmeetilist keskmist leitakse kõigis riikides v.a **Uus-Meremaal**. **Singapuris** ja **Ontarios** tungitakse ainesisus kõige sügavamale. Moodi ja mediaani arvutatakse **Inglismaal**, **Ontario**, **Singapuris** ja **Uus-Meremaal**. Ainekavas esinevad hajuvust iseloomustavatest karakteristikutest *ulatus* (**Inglismaa**, **Ontario**, **Singapur**) ja *standardhälve* (**Singapur**). **Ontarios** uuritakse, mis juhtub keskmisega, kui väärtusi lisada/eemaldada/suurendada.

- Kõikides riikides õpetatakse andmeid esitama erinevat tüüpi diagrammidega ning diagrammil olevaid andmeid tõlgendama. **Ontario** ja **Singapuri** ainekava õpitulemused suunavad õpilasi erinevaid esitusviise hindama ja sobivat esitusviisi valima. Näiteks: Ontario ainekavas on õpitulemus *oskab lugeda andmeid graafikult, mis võib lugeja arusaamisega manipuleerida*, **Singapuris**: *aritmeetilise keskmise, mediaani ja moodi kasutamise võimalused ja kasutamine*.

Tõenäosus

- Bulgaaria** on ainus riik, kus tõenäosuse mõistet põhikoolis ei käsitleta. Teistest hiljem tutvuvad juhuslikkuse mõistega **Eesti** ja **Singapuri** õpilased, vastavalt 7. klassis (valdkonnaraamatu järgi) ja 8. klassis. Tõenäosusliku mõtlemisega alustatakse varakult ja samm-sammult **Ontarios** ja **Uus-Meremaal** (2. klassis).
- Klassikalist tõenäosust arvutavad kõikide riikide õpilased 7.-8. klassis (v.a **Bulgaaria**).

1.4 Matemaatika tundide arv nädalas

Matemaatikatundide arv on uuritud riikide põhikoolides erinev. Riiklikult sätestatud 8. klasside minimaalsed tundide arvud on enam-vähem võrdsed, kuid põhikooli esimeses pooles on erinevused suuremad. **Eesti** algklasside õpetajad saavad õpilastele matemaatikat õpetada kõige vähem aega, **Singapuris** on kontakttunde umbes kaks korda rohkem. Kui lisada juurde kooliaasta erinev pikkus, siis **Bulgaarias** kestab see 34, **Eestis** 35 ja **Singapuris** kõige pikemana 40 nädalat. Seega õpetatakse **Singapuri** 4. klassis matemaatikat 25 tundi enam kui **Eestis**, mis teeb ümber arvutades 8 **Eesti** koolinädalat (ühes nädalas 3 matemaatikatundi) rohkem. Rahvusvaheliste uuringute kontekstis annab suurem kontakttundide arv ilmselt eelise.

Tabel 6. Tundide arv nädalas uuritud riikide lõikes 2007.⁹

| Riik/Klass | 4. klass | | 8. klass | |
|------------------|-------------|------------|-------------|------------|
| | Matemaatika | Kõik ained | Matemaatika | Kõik ained |
| Eesti Riik | 3,0 (16,7%) | 18 | 3,0 (11,8%) | 25,5 |
| Bulgaaria Riik | --- | --- | 3,0 (12%) | 25 |
| Inglismaa Riik | 4,8 (20%) | 24 | 3,0 (12%) | 25 |
| kool | 4,8 (19%) | 25 | 3,1 (12%) | 26 |
| Ontario Riik | x | 25 | x | 25 |
| kool | 4,7 (18%) | 26 | 4,2 (16%) | 26 |
| Singapur Riik | 5,5 (22%) | 25 | 3,0 (13%) | 26 |
| kool | 5,5 (21%) | 26 | 3,8 (13%) | 29 |
| Uus-Meremaa Riik | 3,8 (16%) | 24 | --- | --- |

⁹ Riik – tundide arv riikliku ettekirjutuse alusel

kool – tundide arv koolidelt pärineva informatsiooni alusel

--- – informatsioon puudub

x – riiklik ettekirjutus puudub

Informatsioon pärineb: Eesti põhikooli riiklik ainekava, matemaatika valdkonnaraamat, Bulgaaria 8. klassi matemaatika ainekava, Average Eighth-grade... 2007, New Zealand Results... (tabel 1), Mullis jt 2008 (tabel 5.1)

JÄRELDUSED

Hariduse tulemuslikkuse põhiküsimus ei ole mitte niivõrd ühe või teise õppekava konkreetses sisus, kuivõrd selles, kuidas seda koolis õpetaja õpetab / õpilane õpib; selles, millise vormi, sisu ja tasemega on õpikud ja õpilase poolt lahendatavad ülesanded, kui vanalt õpilane sellega tegeleb ning palju *summa summarum* selleks kõigeks aega kulub. Seega – kirjutatud õppekavast on olulisemad õpetatav / õpitav õppekava ja toetav õppekava (õppevara, tugimaterjalid), s.t olulised on õppekava rakendamisega (s.h õpetajakoolitusega) seotud küsimused.

Matemaatika ainekava puhul ei tähenda mahuliselt kõige lühem variant ainesisuliselt kõige lihtsamat varianti. Väga suur üldistusaste toob endaga kaasa ülemiste piiride puudumise. Detailsema ainekava abil on õppeprotsess paremini juhitud. Vaadates Inglismaa keskkooli matemaatika väga üldsõnalist ainekava, on selle põhjal raske hinnata, mis on õppesisu, milliseid õpitulemusi õpilastelt oodatakse. Seevastu riikides, kus on toodud konkreetsed standardid (s.h viited sellele, mida antud vanuses veel ei käsitleta, piirangud nt murdude keerukusele või näiteülesanded) on õpetajal lihtsam kavandada matemaatikaõpet nii, et kõik õpilased jõuaksid vähemalt taotletud miinimumtulemusteni.

Inglismaa on koostamas uut matemaatika ainekava. Viimasest tööversioonis on loobutud üldsõnalisusest ning ainekava on jagatud vaid õppesisuks ja oodatavateks õpitulemusteks. Seega muudavad nad oma kava meie ainekavale sarnasemaks.

Selleks, et ainekava ei muutuks liiga raskeks, on üheks võimaluseks kokku leppida piirides. Analooiliselt võiks meie ainekavas nt ratsionaalarvudega arvutamise juures lisada kitsendusi neile arvudele, millega sooritatakse tehteid peast või kirjalikult. Kogemus Singapurist: *harilike murdude kirjalikul liitmisel ei ületa murru nimetaja arvu 12; autentsete andmetega probleemülesannete lahendamisel kasutatakse kalkulaatorit.*

Matemaatikas edukates riikides Ontarios ja Singapuris on m.h murdarvudega arvutamise oskuse kujundamiseks hajutatud õpe mitmele õppeaastale. Näiteks õpitakse tehteid harilike murdudega Singapuris viiel järjestikusel aastal, igal aastal sammukese keerulisemaks minnes. Meie ainekava on kirjutatud kooliastmeti ja nii on võimalik ainekava muutmata muuta õppeprotsessi intensiivsust. Selles suunas on liigutud Eesti viimases ainekavas protsentülesannete lahendamise käsitlemisel (teema on nüüd kahes kooliastmes). Ühelt poolt annab spiraalne õpetus võimaluse õppida väiksemate sammude kaupa, teiselt poolt annab see võimaluse ka teadmiste ja oskuste kinnistamiseks.

Iga inimest oma riigi rikkuseks pidavas Singapuris on alates 5. klassist võimalik õppida erinevate kiirustega. Aeglasemalt edasi jõudvatele õpilastele pakutakse nädalas ainetunde rohkem kui kiiremini edasijõudvatele õpilastele. N-ö aeglasem ainekava sisaldab kordavat elementi. Sel moel on võimalik paremini järele aidata nõrgemaid ja tugevamad saavad homogeensemas rühmas kiiremini edasi õppida. Paremini on tagatud ühtsuskooli idee – toetatakse nõrgemat.

Bulgaarias on Eestiga ligikaudu sama tasemenivooga õppekavaga võimalik põhihariduse omandamine 8 õppeaastaga, s.o ühe aasta võrra kiiremini. Singapuris kestab kooliaasta ca 5 nädalat kauem kui Eestis ning algklassides toimub matemaatikatunde nädalas vähemalt ühe akadeemilise tunni võrra enam. Toetudes rahvusvaheliste võrdlusuuringute tulemustele, siis Bulgaaria jääb Eestist maha, aga Singapur edestab.

Teiste riikide kogemusest on näha, et osa teadmistest-oskustest omandatakse enne, kui alustatakse vastava suurema teemaploki õppimist. Muuhulgas võib tähendada see seda, et õpilane opereerib ülesandeid lahendades mingite “mõistetega”/”teadmistega” teadmata, et neid just nii nimetatakse. Näiteks juhusliku katse tõenäosuse hindamisega võib tutvuda juba 1. klassis lihtsate näidete varal, mõiste enda ja arvutamiseni jõutakse hiljem; mustrite nägemisoskuse kujundamisega saab teha ettevalmistustööd jadade ja algebra seaduspärasuste märkamiseks; tegeletakse jagamisega jagamismärki kasutamata jne.

Vajaks uurimist, kuidas avaldab erinevatel saavutustasemetel aine läbimine (Inglismaa, Ontario, Uus-Meremaa) mõju gümnaasiumiastmes õppimisele, s.t milline on minimaalne matemaatika teadmiste tase gümnaasiumi astumiseks ja lõpetamiseks ning milline on minimaalne matemaatika teadmiste tase ülikooli sisse saamiseks.

Ükski vaadeldud riikidest ei piirdu hariduse suunamisel ainult ainekavade kehtestamisega. Rikaste riikide puhul paistab tugimaterjalide hulk ja kvaliteet silma. Ühelt poolt on nendes (ühtlasi matemaatikas edukates riikides Singapuris ja Ontarios) õppevarale tugev järelevalve. Õpikute retsenseerimine on väga põhjalik ja õpikuid võib valida ainult riiklikult kinnitatud nimekirjadest. Teiselt poolt suunab riik ainekava rakendamist selle tõlgendamisega. Näiteks Singapuris moodustab õppevara paketi, milles sisaldub õpilase õpik, töövihik, õpetajaraamat, lisamaterjalid (sealhulgas probleemülesanded), audio-video ja multimeedia materjalid.

Eesti matemaatika ainekava võimaldab õppida ja õpetada väga erinevalt, ainekava järgi saaks koostada kümneid erinevaid õpikuid, mis erineksid meetodikate, vahendite, teemakäsitluse sügavuse poolest. Õpikute koostajad on juhindunud õppeprotsessi traditsioonist, mida kirjeldab näiteks matemaatika valdkonnaraamat opekava.ee lehel. Siinkohal vajaksid õpikukoostajad ehk riigipoolset stimulatsiooni, mis tähendaks näiteks traditsioonist erineva (näidis)õppeplaani koostamist.

Mitmes vaadeldud riigis mindi kooli ühe aasta võrra nooremalt kui Eestis. 2011/2012. õppeaastal käis Eesti lasteaias 94% 4–6-aastastest lastest (Peterson 2012). Koolid peaksid oma ainekavade koostamisel sellega tingimata arvestama, vastasel korral jääb õpilaste potentsiaal alustada keerukamate teemadega varem ja/või kasutada olemasolevat aega vana kordamiseks / kinnistamiseks kasutamata.

Üldsõnalise ainekava korral saab täpsustada õpetamise eesmärgi välishindamise (tasemetööd, eksamid) nõuete abil, mis võimaldab mõjutada õpitulemusi olemasolevat õppekava muutmata. Välishindamise kaudu on õppeprotsessi suunamiseks kaks lähenemist: üks võimalus on kitsendada välishindamise kaudu õppesisu, teine muuta välishindamise kontseptsiooni / süsteemi ja selle kaudu tõsta õppimise tulemuslikkust ning õppija teadlikkust (nt välishindamissüsteem Uus-Meremaal).

Uue matemaatika ainekava rakendumisele Eestis saab lisaks siseriiklikule kontrollile anda tagasisidet rahvusvaheliste võrdlusuuringute kaudu. Ainekava muutuste hindamise instrumendina oleks rahvusvahelistest võrdlusuuringutest TIMSS sobivam kui PISA, sest esitab tulemused erinevate matemaatika valdkondade lõikes ja annab nii ainekavade teemade kohta m.h ka rahvusvaheliselt võrreldavat tagasisidet.

2. HARIDUSSÜSTEEMIDE KIRJELDUSED JA AINEKAVADE ANALÜÜSID

2.1 Bulgaaria

2.1.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta¹⁰

Rahvaarv: 7,09 miljonit (2011)

Rahvastikutihedus: 66,2 in/km² (Eestis 30,9)

Riik: iseseisvus 1908, liitumine NATO-ga 2004, EL-ga 2007

Kultuurid: bulgaaria 83,9%, türki 9,4%, mustlased 4,7%, muud (sh makedoonia, armeenia, tatari) 2%

Riiklikud keeled: 85% räägib bulgaaria keelt (riigikeel), 2,5% makedoonia keelt (bulgaaria keele dialekt), muud rahvusvähemused räägivad rumeenia, türki keelt – 10% elanikkonnast

Majandus:

SKP – 101,2 mlj USD, SKP ühe elaniku kohta – 13 500 USD, SKP kasvukiirus – 2,2% (2011) Bulgaaria on EL-i üks vaesemaid riike, korruptsioon on peletanud välisinvestoreid ja takistanud majanduskasvu.

Hariduskulutused: 4,58% SKP-st (2009) (Eestis 6,09%, 2009)

Haridusosalus: 98% õpilastest õpib riiklikult hallatavates koolides, 2% erakoolides (2009) (Eestis 97%, 3%, 2009)

Õpilaste arv ühe õpetaja kohta: 15,8 (algkool), 12,3 (põhikool) (2006) (Eestis 14,1; 12,3)

Matemaatika tundide arv nädalas: 3,0 (8. klassis; kõikidest ainetest 12%)

Asukoht PISA 2009 matemaatika võrdlustabelis vastava saavutustaseme omandanud õpilaste järgi (%-des)¹¹:

| Saavutustase | Bulgaaria | Eesti | Kõikide riikide keskmine |
|-----------------|------------|------------|--------------------------|
| 2–6 e nullnivoo | 48. (52,9) | 10. (87,4) | 27. (78,0) |
| 3–6 | 46. (29,5) | 14. (64,6) | 23. (56,0) |
| 4–6 | 46. (12,0) | 17. (34,7) | 23. (31,6) |
| 5–6 | 45. (4,9) | 23. (12,1) | 21. (12,7) |
| 6 | 43. (0,8) | 28. (2,2) | 22. (3,1) |

2.1.2 Haridussüsteem¹²

Bulgaarias kehtib koolikohustus õpilastele vanuses 7–16 eluaastat ning kohustuslik on läbida põhihariduse 8 klassi. Edasiõppimiseks on erinevaid võimalusi: kas õppida veel 2 või 3 või ka 4-5 aastat, sõltuvalt koolitüübist. Õppeaasta koosneb kahest poolaastast. Kooliaasta algab 15. septembril ja lõpeb mais või juunis.

¹⁰ Kasutatud on järgmisi allikaid: Infoplease. Facts and Figures; BBC (s.a); BBC (2012); OECD (2012); Eurostat (2012)

¹¹ asukoht tabelis, sulgudes on taseme saavutanud õpilaste %

¹² Peatükk on koostatud järgmiste allikate põhjal: [Bulgaaria] Преглед... (2004); [Bulgaaria] Дунот България... (s.a)

Alljärgnevas tabelis 7 esitame Bulgaaria ja Eesti haridustasemetes jaotuvuse vanuse lõikes. I, II, III on põhihariduse kooliastmete kirjed, G tähistab gümnaasiumiastet.

Tabel 7. Bulgaaria ja Eesti haridustasemed.

| Vanus/Riik | Bulgaaria (kooliaste, klass) | Eesti (kooliaste, klass) |
|------------|----------------------------------|--------------------------|
| 7 | I 1. klass | I 1. klass |
| 8 | I 2. klass | I 2. klass |
| 9 | I 3. klass | I 3. klass |
| 10 | I 4. klass | II 4. klass |
| 11 | II 5. klass | II 5. klass |
| 12 | II 6. klass | II 6. klass |
| 13 | II 7. klass | III 7. klass |
| 14 | <u>II 8. klass</u> ¹³ | III 8. klass |
| 15 | G 9. klass | <u>III 9. klass</u> |
| 16 | G 10. klass | G 10. klass |
| 17 | G 11. klass | G 11. klass |
| 18 | G 12. klass | G 12. klass |

Riigi haridussüsteem koosneb järgmistest tasemetest: alusharidus, põhiharidus, keskharidus, kõrgharidus.

Alusharidus (ISCED 0) hõlmab lapsi vanuses 3 kuni 6/7 eluaastat. Lasteaed ei ole kohustuslik. Lisaks riiklikele lasteadeadele, milliseid on üle 95% kõigist lasteaiad, on ka eralasteaedu ja nende arv kasvab.

Põhiharidus (klassid 1–8, ISCED 1, 2 ja 2A) hõlmab algkoolis antavat **algharidust** (nn I kooliaste, algkool, klassid 1–4, ISCED 1) ning keskkoolis (nn II kooliaste, progümnaasium, klassid 5–8, ISCED 2A) antavat **põhiharidust**. Põhiharidust on võimalik omandada riigi-, munitsipaal- või erakoolides. Põhiharidusele lisaks võib omandada ka kutseõpet vastava kutse-tehnilise programmi kaudu, mida saab võtta pärast 6., 7. või 8. klassi. Õpilased, kes on edukalt lõpetanud neljanda klassi, saavad algkooli lõpetamise tunnistuse. Põhihariduse omandamise tunnistus antakse pärast edukat põhikooli (8. klassi) lõpetamist. Koolikohustus on kuni 16-eluaastani või põhihariduse omandamiseni.

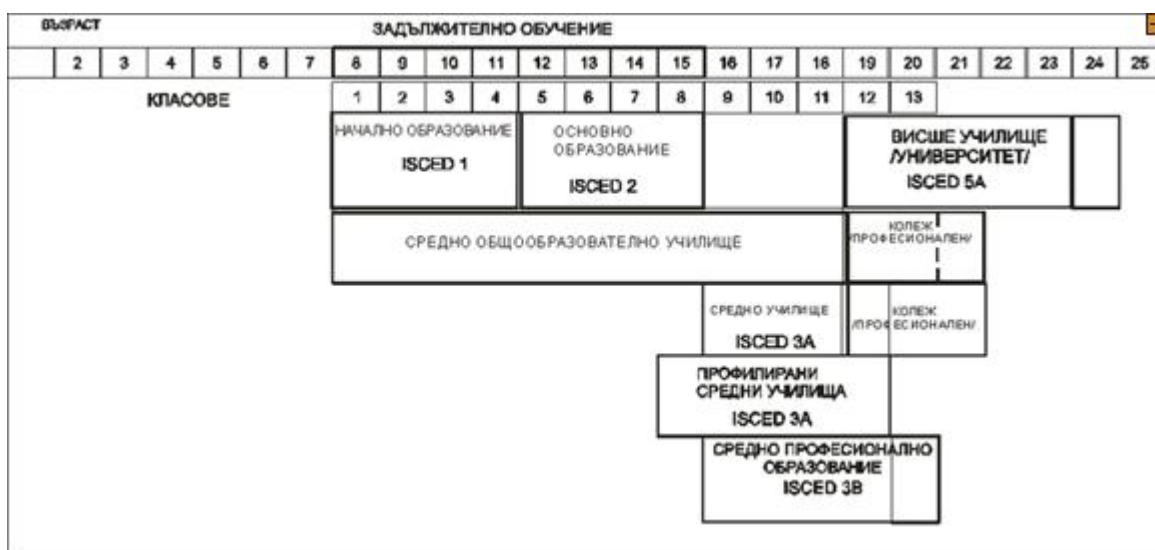
Keskhariduse (ISCED 3A) võib jagada üldteadmisi andvaks **üldkeskhariduseks** (üld- ja erikoolid) ja **kutsehariduseks**. Keskharidust on võimalik omandada avalikes koolides (õppeajaga 3–4 aastat) ja

¹³ Joon näitab kohustuslikku haridustaseme piiri

süvaõppega koolides (koolituskestusega 4–5 aastat). Sissepääs erikoolidesse on valla pärast 7. või 8. klassi ja eksamite alusel (sõltuvalt kooli profiilist bulgaaria keel ja kirjandus, matemaatika, humanitaarteadused jne).

Üldkeskhariduse võib omakorda jagada *kesk-* ja *keskerihariduseks* (siin on lisandunud ka erialane ettevalmistus). Keskkharidust on võimalik omandada keskkoolis (9.–12. klass), gümnaasiumis (3–4 aastat), keskeriharidust andvates süvaõppega koolides (4–5 aastat), tehnikakoolis pärast 8. klassi 4-aastase õppekursuse või pärast 7. klassi 5-aastase õppekursuse järel. Kutsekoolist saab keskhariduse 3-aastase õppetöö järel. Tehnilise kutsekooli koolitusprogramm (ISCED 3C) on saadaval pärast põhiharidust ning kursuste kestuseks on kaks aastat.

Bulgaaria haridussüsteemi struktuur on näha allolevalt jooniselt 6 (Dynot. Българска...).



Joonis 3. Bulgaaria haridussüsteem.

Bulgaaria keskharidussüsteemi koolitüübid¹⁴

Keskkool (Средно общообразователно училище, СОУ) – annab üldkeskharidust. Keskkoolis on algkooli aste (1.- 4. klass), põhiharidust andev II kooliaste (5.–8. klass) ja keskkooli aste (9.–12. klass).

Gümnaasium – annab keskhariduse, kestusega 3–4 aastat; *spetsialiseeritud gümnaasium* – koolitusperiood 4–5 aastat. Sissepääs spetsialiseeritud gümnaasiumi on pärast 7. või 8. klassi ja sisseastumiseksamite alusel (sõltuvalt kooli profiilist eksamid bulgaaria keel ja kirjandus, matemaatika, humanitaarteadused jne).

Süvendatud keeleõppega erikool (Езикови училища) – vastuvõtt pärast 7. klassi, sisseastumiseksamid; klassid 8.–12/13.

Süvaõppega kool (Профилни средни училища) – süvaõpe reaalteadustes ja/või matemaatikas, humanitaar-, spordi-, kunsti-, jne koolid, vastuvõtt pärast 8. klassi; klassid 9.–12./13.

¹⁴ http://www.dynot.net/index.php?Itemid=72&id=38&option=com_content&task=view&lang=bg

Kutsekeskkool (Средно политехническо училище) – annab keskerihariduse, mis sisaldab üldise keskhariduse ja kutsehariduse, õppeaeg 12 aastat (põhikool: 1.–8. kl; kõrgem aste: 9.–12. kl).

Kutsekool (Средни професионални училища) – annab kutsekeskhariduse, vastuvõtt nii põhi- kui keskhariduse baasil; kolmeaastane koolitus pärast 8. klassi lõpetamist ja viieaastane koolitus pärast 7. klassi, keskharidusega õppijale 1–3 aastat, sõltuvalt erialast. Need koolid pakuvad ka muid koolitusi nagu välis- või praktikakoolitust jms, mis võimaldavad 16-aastastel õpilastel erialast kvalifikatsiooni omandada.

Kutsehariduskool (Професионално-технически училища) – oskustööliste ettevalmistamiseks, olemas suured praktikabaasid; vastuvõtt keskhariduse baasil ja õppeaeg 1–3 aastat, sõltuvalt erialast.

Erivajadustega laste koolid – riigikoolide võrgustik, pansionaatides, pakub haridust füüsilise või vaimse puudega lastele.

Nõuded keskharidusele¹⁵

Keskhariduse omandamiseks tuleb Bulgaarias läbida 12 klassi ja sooritada kaks gümnaasiumi riigieksamit.

Üldkeskhariduskoolides teevad õpilased järgmised lõpueksamid:

- bulgaaria keel ja kirjandus;
- õpilase poolt valitud aine (ilma bulgaaria keeleta); aine peaks kuuluma viimase õppeaasta kohustusliku õppetöö hulka.

Eksamiainet saab valida järgmiste kohustuslike aine seast: keel, matemaatika, füüsika ja astronoomia, bioloogia ja terviseõpetus, keemia ja keskkonnakaitse, ajalugu ja ühiskonnaõpetus, geograafia ja majandus, filosoofia.

Spetsialiseeritud koolides / erikoolides teevad õpilased järgmisi lõpueksameid:

- bulgaaria keel ja kirjanduse;
- süvaõppega kooli vastava haru põhiaines (kui see on bulgaaria keel ja kirjandus, siis tähtsuselt teisel teemal koolis).

2.1.3 Haridusalane dokumentatsioon

Bulgaaria hariduskorraldust reguleerivad dokumendid leiab Bulgaaria Haridusministeeriumi koduleheküljelt http://www.mon.bg/left_menu/documents/law/ ja http://www.mon.bg/top_menu/general/dzi/.

Peamised dokumendid:

- Haridusseadus – „Закон за народната просвета“ (2011)¹⁶ (riiklik haridusalaste nõuete kogu)
- Üldhariduskooli miinimumõppekava ja õpper plaan – „Закон за степента на образование, общообразователния минимум и учебния план“¹⁷ (Eestis vastab sellele dokumendile riikliku õppekava üldosa, mistõttu kasutame edaspidi selle dokumendi nimena *Bulgaaria riikliku õppekava üldosa*). Kehtib aastast 1999 ja täiendatud 2002., 2003., 2004., 2006., 2008., 2009. aasta lisamäärustega.

¹⁵ Info pärineb Bulgaaria riikliku õppekava üldosast (Закон за степента ..., 2009, lk 2)

¹⁶ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/law/zkn_prosveta.pdf

¹⁷ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/law/zkn_obr_minimun.pdf

- Määrused õppekava muudatuste kohta:
 - õppekava muudatuste määrus – „Наредба № 2 от 18.05.2000 г. за учебното съдържание“¹⁸
 - *matemaatika ainekava muudatuste määrus* – „Приложение № 3 към чл. 4, т. 3 чл. 4, т. 3 (Изм. - ДВ, бр. 46 от 2004 г., в сила от 1.07.2004 г., доп., бр. 58 от 2006 г., в сила за учениците, които през учебната 2006/2007 г. постъпват в I и в V клас)“¹⁹
 - määrus koolitusaja jaotamisest klasside ja kooliastmete lõikes miinimumõppekava rakendamiseks – „Наредба № 6 от 28.05.2001 г. за разпределение на учебното време за достигане на общообразователния минимум по класове, етапи и степени на образование“²⁰
- Kõigi õppeainete ja kõigi klasside lõikes detailsed ainekavad leiab järgmiselt veebilehelt – http://www.mon.bg/top_menu/general/educational_programs/. Järgnevalt on esitatud matemaatika 1.–8. klassi ainekavad:
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/1klas/matematika_1kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/2klas/matematika_2kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/3klas/matematika_3kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/4klas/matematika_4kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/5klas/mathematics_5kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/6klas/mathematics_6kl.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/7klas/mathematics_7kl-expanded.pdf
 - http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/8klas/mathematics_8kl.pdf
- Bulgaarias on õppekavad koostatud ka järgmiste koolitüüpide jaoks:
 - süvendatud võõrkeeles õppega gümnaasiumi ja spetsialiseeritud keskkooli õppekava (pärast VII klassi lõpetamist);
 - gümnaasiumi, spetsialiseeritud gümnaasiumi ja keskkooli (COY) õppekava peale põhihariduse omandamist;
 - spordikoolide õppekava (põhiharidus ja keskharidus);
 - keskkooli (COY) õppekava (õhtune õppevorm);
 - õppekava nägemispuudega õpilastele (klassid I–XII, alates ettevalmistavast rühmast);
 - õppekava kurtidele (klassid I–XII, alates ettevalmistavast rühmast);
 - õppekava vaimse alaarenguga (mõõduka, raske ja sügava) ja liitpuudega õpilastele (I–VIII klass);
 - õppekava nägemis- ja liitpuudega õpilastele (I–VIII klass);

¹⁸ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie.pdf

¹⁹ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie-pril3.pdf

²⁰ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_6-01_razpr_uchebno_verme.pdf

- õppekava kurtide ja liitpuudega õpilastele (I–VIII klass)²¹.



Õppekavadest ülevaate saamist raskendab selle tohutu killustatus erinevatel aegadel vastuvõetud lisamääruste tõttu. Neid on palju, nad asuvad veebilehe erinevates kohtades, neid on raske lugeda, sest nad sisaldavad täienduste täiendusi. Sagedased hariduse ümberkorraldused on põhjustanud elanikkonna hulgas nurinaid. (Mihailov, 2012)

2.1.3.1 Riiklik õppekava

Bulgaaria üldhariduskooli riiklik õppekava kehtib alates 1999. aastast, mida on muudetud ja täiendatud pidevalt vastavate lisamäärustega (täiendused aastatel 2002., 2003., 2004., 2006., 2008., 2009). Õppekava koosneb *Bulgaaria riikliku õppekava üldosas* ([Bulgaaria] Закон за степента..., 1999 [2009. a muudatus]), õppekava muudatuste määrusest ([Bulgaaria] Наредба № 2..., 2006), mis koosneb ainevaldkondadesse grupeeritud *ainete ainekavadest*, kus oodatavad õpitulemused on esitatud kooliastmete kaupa ning iga aine lõikes lahti kirjutatud *ainekavadest klasside kaupa*²².

Riikliku õppekava üldosas (7 lk) antakse haridustasemete kirjeldused, hariduse üldised eesmärgid, ainevaldkondade loend, õppekava üldine struktuur, kohustuslik nädalatundide jaotus klasside lõikes (I,II – 22 t; III,VI – 25 t; V–VIII – 30 t; IX–XII – 32 t)²³, kohustuslike ja valikainete osakaalud kooliastmete lõikes (algkool – kohustuslikke 90%; progümnaasium – 80–90%; gümnaasium – 45–80%), õppekava üldregulatsioon ([Bulgaaria] Закон за степента..., 1999 [2009. a muudatus], lk 5). Üldosa ei sisalda üldpädevusi ja nende kirjeldusi, millised on Eesti õppekava üldosas.

Õppekava muudatuste kohta käivatest määrustest sätestab määrus „Наредба № 6 от 28.05.2001 г. за разпределение на учебното време за достигане на общообразователния минимум по класове, етапи и степени на образование“, mis on välja antud 2006. aastal, muudatused koostaja jaotamisest kooliastmete, klasside ja õppeainete lõikes miinimumõppekava rakendamiseks (vt tabel [Bulgaaria] Наредба № 6 ..., 2006, lk 6–10)²⁴.

Õppekavaga sätestatakse üldhariduse **miinimumkava**. Õppekava võib liigitada pigem traditsiooniliseks, ainekeskseks²⁵ õppekavaks.

Välishindamine

Põhikoolis toimub välishindamine 4. ja 7. klassis ning on nendes klassides alates 2010. aastast. Vt lähemalt http://www.mon.bg/top_menu/general/assessment/index.html

4. klassi matemaatika tasemetöö näidised:

- http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/assessment/4kl/4_kl_mat_x_2013_x.pdf²⁶
- http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/assessment/4kl/2012_math_vo-4kl.pdf (2012. a test, maksimaalne tulemus 20 punkti).

²¹ Info on leitav Bulgaaria Haridusministeeriumi kodulehelt: http://www.mon.bg/top_menu/general/educational_programs/

²² Kättesaadav: http://www.mon.bg/top_menu/general/educational_programs/

²³ 2004. a muudatuse põhine

²⁴ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_6-01_razpr_uchebno_verme.pdf

²⁵ Nn „programmi-tüüpi“ või „Lehrplan-tüüpi“

²⁶ Tegemist on 2012/2013. a näidistestiga

7. klassi matemaatika tasemetöö:

- 2013/2014. a 7. klassi tasemetöö sisuprogrammi leiab *Matemaatika* märksõna alt veebilehelt http://www.mon.bg/top_menu/general/7klas/²⁷. 7. klassi testitulemused on aluseks kandideerimisel teistesse koolidesse. Maksimaalne tulemus 100 punkti. Test koosneb kahest osast:
 - I osa (60 min) koosneb 20 ülesandest, mille hulgas on kahte tüüpi ülesandeid – valikvastustega (neljast etteantud vastusest üks on õige) ülesanded (16 ülesannet) ja lühikesed vabavastuseid sisaldavad ülesanded (4 ülesannet). Maksimaalne tulemus 35 punkti.
- II osa (90 min) sisaldab 4 ülesannet, mille lahenduskäigud vaja esitada koos selgituste ja põhjendustega kirjalikult. Maksimaalselt 65 punkti
- näidistest koos vastuste ja hindamisjuhendiga:
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/7klas/2011_primeren-test-math_7klas.pdf²⁸
- 2012. aasta tasemetöö (variant 1 ja 2):
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/7klas/tests/2012_math_23-mai-7kl.pdf
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/7klas/tests/2012_math_28-mai-7kl-pernik.pdf

Gümnaasiumi riiklik matemaatika lõpueksam toimub 12. klassis ja õpilane võib soovi korral valida matemaatika teiseks kohustuslikuks riigieksamiks (kõigile kohustusliku bulgaaria keele ja kirjanduse kõrvale). Eksam on koostatud üleriigiliselt kohustusliku õppekava järgi, on kirjalik, kestab 4 astronoomilist tundi ja seda sooritatakse anonüümselt.

Eksam sisaldab ülesandeid, mida võib jagada kolme liiki:

- test etteantud vastustega (suletud), antud 4 võimalikku vastust, millest ainult üks on õige;
- test avatud vastustega, mis nõuab lahendamisel ainult vastuse kirjutamist;
- ülesanded, mis vajavad lahendamiseks analüütilisi ja sünteetilisi põhjendusi; õpilane lahendab vajalikud ülesanded ja esitab lahenduse koos põhjendustega kirjalikult.

([Bulgaaria] Riigieksami korraldamise määrus nr 1, 11.04.2003 ja nr 3 17.05.2004)

Matemaatika riigieksamite variandid leiab ajavahemiku 2007–2012 lõikes veebilehelt http://www.mon.bg/top_menu/general/dzi/ kirje „Изпитни материали за държавни зрелостни изпити“ alt.

2.1.3.2 *Matemaatika ainekava*

Bulgaaria üldhariduskooli *matemaatika ainekava* kehtib alates 1999. a, kuid erinevatel aastatel on lisatud täiendusi või parandusi (olulisemad aastad on 2002, 2004, 2006). Õppekava muudatuste määrus

²⁷ Matemaatika tasemetöö sisuprogramm 7. klassile

(2011): http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/examinational_programs/2011/UIP_math_7kl-2011.pdf

²⁸ Matemaatika näidistest 7. klassile (2011); http://www.mon.bg/top_menu/general/7klas/

([Bulgaaria] Наредба № 2 ..., 2006) sisaldab *matemaatika, informaatika ja infotehnoloogia ainekavade* muudatuste määrust ([Bulgaaria] Приложение № 3 ..., 2006). Selles 2006. a vastu võetud dokumendis rõhutatakse reaalarvete olulisust üldhariduses, fikseeritakse kolme aine ainetevahelised seosed, aineid läbivad ühised mõisted, õppemeetodid, teemad ning esitatakse kõigi kolme aine ainekavad, milles oodatavad õpitulemused on esitatud kooliastmete kaupa²⁹.

Iga aine lõikes on ainekava lahti kirjutatud ka *klasside kaupa*, mis vastava klassinumbri all on esitatud Bulgaaria Haridusministeeriumi kodulehel

http://www.mon.bg/top_menu/general/educational_programs/ (vt ka haridusalaste dokumentide loetelu ptk 2.1.3). Bulgaaria ainekava detailsel analüüsimisel on kasutatud hetkel kehtivaid *klasside kaupa* esitatud *ainekavu*.³⁰ Bulgaaria ja Eesti ainekavade üldises võrdluses on tuginetud Bulgaaria matemaatika ainekavale, mis on kooliastmete esitatud.

Ülesehitus

Matemaatika ainekava, mis on esitatud klasside kaupa, sisaldab järgmisi koostisosi.

- **Matemaatikaõpetuse üldregulatsiooni** vastavas klassis (õppetundide arv nädalas, õppeaastas; käsitletavate teemavaldkondade loend jms).
- **Õpieesmärgid** (sõltuvalt klassist 8–13 nimetust), mida matemaatikaõpetuses vastavas klassis realiseerida.

Nooremates klassides domineerivad õpieesmärkide seas ainespetsiifilised eesmärgid, mis on väga konkreetsetelt sõnastatud (*kasutavad arve 21–100, järjestavad naturaalarve 100-ni; murrud $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{10}$ kui terviku 2-, 3-, 4-, või 10-ks jagamise tulemus; teavad ajaühikuid aasta, kuu, nädal, ööpäev, tund, minut ning ühikute vahelisi seoseid; omandavad oskuse koostada ja lahendada kahetehtelist tekstülesannet jms*). Vaid vähesel määral on välja toodud õpilase üldoskuste arendamise eesmärgid (*arendab mälu, mõtlemisoperatsioone, kõnet; kujundab enesekontrolli ja enesehinnangu oskusi, keskkonna ja enese tervise hoidmise harjumusi jms*).

Suuresti erinevad on 5. klassi (II kooliastme) üldised õpieesmärgid. Selles klassis käsitletav õppesisu hõlmab ennekõike kaht suurt teemavaldkonda (arvutamist positiivsete murdarvudega ja geomeetriliste kujunditega süstemaatilist tutvumist), mistõttu õpieesmärkides on „rohkem ruumi“ ja tähelepanu pööratud isiksuse omaduste kujundamisele (*kasvatab endas tahtelisi omadusi, kujundab kriteeriume vaimsete väärtuste hindamiseks, suhtub positiivselt ja huviga matemaatikasse*).

Vanemate klasside (7.–8. klass) õpieesmärgid on üldisemalt ja vähem ainekeskselt sõnastatud. Rõhutatakse matemaatika aine olemuslikkusest tulenevaid eesmärgid – *kujundab loogilist mõtlemist, loogiliste struktuuride nägemisioskust, modelleerimisioskust, põhjendamise ja tõestamisioskusi*.

Võrrelduna Eesti kooli ainekavaga on eesmärgid esitatud rohkem aine spetsiifikat ja vajadusi silmas pidades. Eesti ainekavas tulevad rohkem esile õppija mitmekülgse arendamise vajadused.

- **Oodatavaid õpitulemusi.** Õpitulemused on esitatud üldises koondtabelis, kus need on esitatud konkreetsete teemade lõikes ning kui teema käsitlemine vajab mitme ainevaldkonna teadmisi,

²⁹ Vt: http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie-pri13.pdf

³⁰ Ainekava ülesehitust vt Lisa 1 (väljavõtte Bulgaaria 5. klassi ainekavast)

siis on need veel ka valdkonniti süstematiseeritud (nn õpitulemuste maatrikstabel³¹). Õpitulemused on esitatud ainekeskselt ja fikseeritud nn standarditena, mille omandamise määr antud teema piires on kirjeldatud nn lõppresultaadina.

Näiteks 5. klassi teema *Murdarvud. Kümnenmurrud* all on Standard 2: *Õpilane arvutab ratsionaalarve sisaldava arvavaldise väärtust, mis võib sisaldada nelja põhitehet*. Selle teema all nähakse lõppresultaatidena: 1) *teab hariliku murru tähendust ja oskab seda kirjutada ning* 2) *oskab sooritada arvutusi kümnenmurdudega*. Sama klassi viimase teema *Harilik murd* käsitlemisel on Standardi 2 lõppresultaadiks: *oskab arvutada harilikku ja kümnenmuru sisaldava arvavaldise väärtust, mis ei sisalda rohkem kui 4 arvutustehet*.

Võib öelda, eriti eesti ainekava õpitulemustega võrrelduna, et oodatavad õpitulemused on ainekavas väga konkreetset ja ainesisuga seonduvalt lahti kirjutatud.

- **Õppesisu** kirjeldust (teemad, mõisted, kontekst ja tegevused, ainetevahelised seosed). Konkreetse teema sisu on fikseeritud õpilase oodatavate teadmiste-oskuste loendi esitamisega. Eraldi on välja toodud uute mõistete loetelu ja õppeprotsessi tegevuste määratlemine. Näiteks: *anda õpilasele võimalus esitada arvutusi suuliselt ja hinnata tulemuse õigsust*. Ainetevahelisi seoseid kajastav tabeliosa on esitatud väga pinnapealselt ja formaalselt, piirdudes sageli vaid märksõnadega (näiteks kirje: *ainesisesed seosed*).
- **Tagasiside ja hindamise** juhtnööre. Need on üldsõnalist laadi. Vastavalt õppe-kasvatustlikele eesmärkidele korraldatagu nii suuliselt kui kirjalikke töid ja teste. Kirjalike tööde üheks oluliseks eesmärgiks olgu matemaatilise informatsiooni täpse esitamise, matemaatilise sümbolkeele kasutamise oskuse, põhjendamise oskuse, korrektsuse kujundamine. Reaalse õppeprotsessi käigus tuleks anda tagasisidet ka üldoskuste (loogilise mõtlemisoskuse, matemaatilise võimekuse, teadmistesse suhtumise jms) tasemele. Hindeline või hinnanguline tagasiside peaks stimuleerima õpilast iseseisvale tööle, mitte ärgu olgu sanktsioneerimise vahendiks.
- **Metoodilisi juhiseid**. Siin on kõigepealt välja toodud, milliste õpitulemuste saavutamine on antud klassis kõige olulisemateks või millise teemavaldkonna teadmiste omandamine on siin klassis prioriteet(ite)deks. Alklassides on selleks arvutamisoskuse omandamine fikseeritud arvuvahemikus või arvuhulgal. Metoodilised soovituselised aine käsitlemiseks on väga üldist laadi ja üldsõnalised.

Näiteks: *Aineprogramm määrab ära täpse teemade õpetamise järjekorra. Tabeli nr 3 (õpitulemused teema lõikes) sisuga antakse ette raamid kohustuslikest omandatavatest teadmistest-oskustest. ... Töökorraldus ja õpetamismetoodika olgu klassi taset arvestav ning soodustagu iga õpilase arengut. Individuaalsed ja kollektiivsed töövormid toetagu igati õppeprotsessi ... (5. klassi ainekava)*³².

Kokkuvõtteks

Matemaatika ainekavas fikseeritud eesmärgid on ainekesksed st eesmärgid on esitatud aine vajadustest lähtuvalt, millele on lisatud õpilase arengut ja väärtuskasvatust silmas pidavad eesmärgid, mida selle aine raames on võimalik kujundada. Oodatavate õpitulemuste nivoo on täpselt ja detailselt lahti kirjutatud.

³¹ Vt Lisa 1 (väljavõtte Bulgaaria 5. klassi ainekavast)

³² [Bulgaaria] Учебна програма по математика за V клас, 2001, lk 10–11.

Õppekava 2006. aasta muudatustes ([Bulgaaria] Приложение № 3 ..., 2006)³³ rõhutatakse vajadust matemaatika, informaatika ja infotehnoloogia tihedamaks ja paremaks seostamiseks, et anda õpilastele parem ettevalmistus edaspidises elus toimetulekuks. Selleks on progümnaasiumis (V–VIII) lisaks matemaatikale ette nähtud ka üks nädalatund infotehnoloogiat ja IX klassis 2 tundi informaatikat. Selles dokumendis on oodatavad õpitulemused fikseeritud kooliastmete kaupa (I aste, II aste), mis on samuti ainekeskselt sõnastatud.

2.1.4 Kokkuvõte Bulgaaria matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga)

Bulgaaria matemaatika ainekava on esitatud klasside kaupa ja on detailselt lahti kirjutatud, sisaldades kogu klassikursust silmas pidades õpieesmärke, oodatavaid õpitulemusi, õppesisu kirjeldust ning väga põgusaid ja üldsõnalisi meetoodilisi juhiseid. Neid ainekavu lugedes ja analüüsides võib märgata järgmisi üldtendentse uurija subjektiivsel hinnangul.

Matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja ülesehituse printsiipidest

I. Aine õppesisu on süsteemselt esitatud, et õppija saaks vastavas teemavaldkonnas süsteemseid teadmisi. Kui võimalik, käsitletakse antud klassis tervikteemat, et saaks välja kujuneda teatud terviklik mõtlemisviis, mis on iseloomulik matemaatika teatud alamvaldkonnale. Käsitletava teema sisusse minnakse sügavuti ja süsteemi luues.

- Tehted harilike murdudega ja kümnendmurdudega ning nn segaülesanded – murdarvude kogu käsitus 5. klassis.
- Neliknurki uurides, vaadeldakse koos ruutu, ristkülikut, rombi, rööpkülikut, trapetsit (nende kuju, elemente, omadusi, ümbermõõtu, pindala) – 5. klass.
- 6. klassi teema *Geomeetrilised kujundid ja kehad* raames käsitletakse ringi ja hulknurki (sh korrapärast), seejärel minnakse neid kujundeid sisaldavate ruumiliste kujundite juurde – püstprisma, korrapärane prisma, korrapärane püramiid, kera, sfäär.
- Geomeetriliste samasusteisenduste käsitlemisel vaadatakse kõiki teisendusi korraga – peegeldus sirgest, punktist, pööre, lüke – 8. klass.

II. Matemaatika on vahend ja (sümbol)keel erinevate protsesside kirjeldamiseks s.t modelleerimise vahendiks. Ainekava maatrikstabel sisaldab matemaatika suurte teemavaldkondade (aritmeetika, geomeetria, algebra, funktsioonid jt) kõrval Modelleerimise teemat, mis läbib alates 1. klassist kõikide klasside õppekavu. Selle teema eesmärgiks on kasvatada õppijas oskust näha matemaatikat kui mudeldamise vahendit. Näiteks:

- algklassides avaldub see selles, kuidas konkreetset olukorda / situatsiooni / hulga elemente arvuga kirjeldada (modelleerida), kuidas tekstülesannet modelleerida arvutusülesandeks, kuidas sõnalisi määranguid “suurem/väiksem võrra” või “suurem/väiksem korda” mudeldada tehtega;
- progümnaasiumis lisandub, kuidas arvude ja suuruste proportsioone võrdega modelleerida, tekstülesannet võrrandiga või võrrandisüsteemiga modelleerida, suuruste vahelist võrdelist või pöördvõrdelist seost funktsiooniga modelleerida jne;
- 8. klassis on selle teema all esitatud vektorite teema, käsitledes vektorit kui teatavat nihke mudelit.

³³ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie-pril3.pdf

III. Loogilise mõtlemise kujundamisele pööratakse kogu õppekavas suurt tähelepanu.

- Alates 2. klassist on õppekava tabelis kontekstide / tegevuste lahtis soovitusi á la *anda õpilasele võimalus avastada seos liitmise-lahutamise (korrumise-jagamise) vahel, avastada seoseid arvude vahel ja kontrollida nende seoste kehtivust teiste arvude korral, avastada valem võrdkõlge kolmnurga, ruudu, ristküliku ümbermõõdu arvutamiseks korrumustehte abiga jms.*
- Progümnaasiumis on ainekavasse sisse toodud uus teemavaldkond Loogiline mõtlemine. Selle teema raames jätkatakse õpilase mõtlemisprotsessides loogiliste seoste nägemise oskuse kujundamist (*suudavad mõelda tõeselt ja ratsionaalselt; oskavad näha loogilist seost “kui ..., siis...” kujundite ümbermõõdu ja pindala käsitlemisel – 5. kl*), kuid juba 6. klassis nõutakse seoses geomeetriliste kehade õppimisega *oskust põhjendada konkreetsete otsustuste tõesust / väärsust*, 7. klassis *oskust leida ratsionaalne meetod avaldise samaväärsel teisendamisel*, 8. klassis *mõista loogikatehete “ja”, “või” tähendust ja õigesti kasutada ahelvõrratuste ning võrratuste $f(x) \cdot g(x) > 0$, $|ax + b| > c$ lahendamisel*. 7. klassis alustatakse ka tõestamise õpetamisega.

IV. Tegeletakse süsteemselt tõestamise õpetamisega.

- 7. klassis teema *Geomeetrilised põhikujundid* raames antakse üsna põhjalik algõpetus tõestamise olemuse ja tõestamise, kui meetodi kohta. Siinkohal toome vastavate õpioskuste loendi:
 - *mõistab sõnade definitsioon, aksioom, teoreem, teoreemi alaliikide (теорема-свойство, теорема-признак) tähendust;*
 - *anda õpilasele võimalus selgitada sõnade väide, tõene väide, aksioom, teoreem, lemma, järeldus tähendust;*
 - *omab ettekujutust aksiomaatilise teooria ülesehitusest;*
 - *oskab suuliselt formuleerida lauseid ning eristada eeldust ja väidet (kui..., siis);*
 - *teab ja oskab rakendada vastavaid seoseid paralleelsete sirgete käsitlemise juures;*
 - *oskab moodustada väite eitust;*
 - *saab ettekujutuse vastuväitelisest tõestusmeetodist.*
- Omandatud põhiteadmisi rakendatakse 7. klassi järgnevate teemade juures:
 - *Kolmnurkade võrdsus (on võimaline eristama, mis on teoreemi eeldus ja teoreemi väide, püstitab hüpoteese ja kontrollib neid);*
 - *Võrratus (on võimaline tõestama võrratuse lõikude ja nurkade kohta – geomeetrilised võrratused);*
 - *Rööpkülik. Trapets (suudab tõestada väidete samaväärsust konkreetses situatsioonis – rööpküliku omadused).*
- 8. klassis teema *Vektorid. Kesklõik* raames toimub õpetus uue kontsentrina:
 - *oskab eristada väiteid “tarvilik” ja “piisav”;*
 - *oskab aru saada väite eitusest (seotuna teemaga);*
 - *oskab analüüsida väite tingimusi ja valida sobivaid tõestamise vahendeid;*
 - *oskab läbi viia tõestamist, mis põhineb loogilisel mõtlemisel.*

Seda kõike loeb õppekavast. Kas seda tegelikkuses ka nii tugevalt ellu viiakse, kuidas ja mis tasemel see realiseerub klassiruumis, on iseküsimus.

V. Kujundatakse kõrgeid tehnilisi oskusi. Ainekava tabelites antud mõistete ja õpitulemuste loendid ei näita küll teema omandamise oodatavat tasememäära, kuid annab siiski aimduse materjali keerukuse astmest. Kohati on see üsna kõrge.

- Korrapärane prisma, püramiid, silinder, koonus – *oskab leida ja arvutada kujundite ja kehade ümbermõõtu, pindala, ruumala ning vastavast valemist avaldada ja leida vajaminevat (joon)elementi* (6. kl). Meil 9. klassis³⁴
- *Lahendab lineaarset parameetrilist võrrandit ja otsib parameetri väärtusi, mille korral lahend peab rahuldama etteantud tingimust* (7. kl). Meil gümnaasiumis
- *Antakse õpilasele võimalus lineaarsete parameetriliste võrratuste lahendamiseks ja sõltuvalt algtingimustest, parameetrile sobiva väärtuse valimiseks.*
- *Oskab ruutjuure kujul antud irratsionaalarve võrrelda ja arvteljel kujutada; arvutada ja lihtsustada ruutjuurt sisaldavaid avaldisi; oskab kaotada murru nimetajast irratsionaalsust* (8. kl). Meil gümnaasiumis
- *Antakse õpilasele võimalus õppida tundma erinevaid tõestamise viise (kesklõigu ja raskuskeskme käsitlemisel tõestamine vektorite abiga, kolmnurkade võrdsuse abiga jne)* (8. kl).
- *Lahendab 1 parameetriga 2 muutujaga lineaarset võrrandisüsteemi ja 3 muutujaga lineaarset võrrandisüsteemi* (8. kl). Meil gümnaasiumis

VI. Rohkesti tähelepanu suunatakse ainesiseste seoste loomisele, vähem kajastuvad õppekavas matemaatika rakendamisoskused teistes valdkondades. Viimased on üldsõnaliste loosungitega *á la geograafia ja majandus; inimene ja loodus* ning on leitavad ainekava maatrikstabeli veerust *Ainetevahelised seosed*.

- Matemaatika ühe teema piires:
 - põhitehete omavahelised seosed (1.–4. kl);
 - harilik murd ja kümnendmurd kui murdarvu eri kujud (põhjalik käsitus 5. kl);
 - seostab funktsiooni analüütilise ja graafilise esitusviisi (8. kl).
- Matemaatika erinevate ainevaldkondade vahel:
 - geomeetriliste teisenduste (peegeldused, pööre, lüke) seostamine funktsioonide graafikutega (8. kl);
 - *oskab geomeetrilistes situatsioonides kasutada võrratuse valdkonna teadmisi* (7. kl);
 - *õpib tundma erinevaid tõestamise viise* (kesklõigu ja raskuskeskme käsitlemisel tõestamine vektorite abiga, kolmnurkade võrdsuse abiga jne) (8. kl);
 - *esitab kogutud informatsiooni tabelina või graafiliselt, seostab seda funktsionaalse seosega* (8. kl).
- Rakendamine mujal:
 - rakendusülesanded (liikumine, töö, rahandus, segud ja sulamid) (7. klassi teema *Võrrandid* juures);
 - *õpib tundma vektorite rakendamist füüsikas* (8. klassi teema *Vektorid*).

VII. Ainekava spiraalsus (kontsentrilisus). Tulemusliku õppeprotsessi üheks oluliseks koostisosaks on pidev kordamine ja seoste loomine uue materjali ja varemõpitu vahel. Seda oleks oluline silmas pidada ka õppekava koostamise juures. Bulgaaria ainekavas kohtame spiraalset lähenemist järgmiste teemade juures.

³⁴ Siin ja edaspidi lisatud Eesti kooli klassinumber tähistab valdkonnaraamatu põhist soovituslikku käsitlemisaega

- I kooliastme (1.–4. kl) peamiseks ja kõige tähtsamaks eesmärgiks on kujundada õpilastes **hea arvutusoskus**. Selle saavutamiseks on teema ülesehitus ja nõutavad õpitulemused kõigis klassides ühtse malli järgi kujundatud, klassiti laieneb vaid tasapisi vaadeldav arvuhulk (arvuvahemik). Juba 1. klassis vaadeldakse tehete omadusi (liitmise kommutatiivsust) ja kasutatakse matemaatilist sümboolikat ($>$, $<$, $=$), mida klass-klassilt korratakse ja kontsentriselt süvendatakse ning laiendatakse. Kahjuks progümnaasiumi õppekava arvutamisoskuste jätkuvat kontsentrist õpetamist ei kajasta (kogu arvutamine murdarvudega on koondatud 5. klassi, millele järgneb arvutamine negatiivsete arvudega 6. klassi I pooles).
- Geomeetria teemavaldkond on teine, spiraalselt õppekava läbiv valdkond. Põhikoolis vaadeldav geomeetria on põhisisus kolmnurkade geomeetria. Siin õppekavas vaadeldakse aga ka teisi kujundeid pika aja vältel ja korduvalt. Näiteks trapetsiga puutuvad õpilased kokku juba 5. klassis nelinurkade uurimise juures (joonistatakse, tutvutakse joonelementidega, osatakse ümbermõõtu ja pindala leida). 7. klassis tullakse nelinurkade uurimise juurde tagasi, liigitades, defineerides, uurides tunnuseid, avastades seoseid. Siin on lisaks rõõpkülilikule ka trapetsi põhjalikum uurimine (sh võrdhaarne trapets). 8. klassis *Vektorite* teema käsitlemise juures õpitakse tõestamist kolmnurga ja trapetsi baasil (kesklõik, küljepoolitaja, raskuskese), kusjuures „uurimisvahendiks“ on vektor. Siin peab õpilane ise olema uurija rollis.
- Kolmandaks oluliseks sambaks matemaatika põhihariduses on tõestamine ja selle kui matemaatika põhiuurimisvahendi tähtsuse tunnetamine. 7. klassi teema *Geomeetrilised põhikujud* juures alustatakse defineerimise ja tõestamise algtõdede tutvustamist, mida järjepidevalt rakendatakse kõigi järgnevate teemade juures selles klassis. Järgmises klassis käsitletakse tõestamist põhjalikumalt vektorite ja geomeetria teemade juures (erinevad tõestamise viisid jm). Eesmärgiks seatakse, et õpilane omandaks tõestamise põhitõed ja oskaks neid ise rakendada probleemide lahendamisel.

VIII. Üksikasjaliselt fikseeritud õpitulemustega annab õppekava täpseid suuniseid, mida õpetamisel silmas pidada.

Bulgaaria ja Eesti matemaatika ainekavade erinevustest

Toome järgnevas esile olulisemad erinevused kahe riigi ainekavas.

- Erinevus õppeajas. Eestis kulutatakse põhiharidusliku miinimumi andmisele matemaatikas 9 õppeaasta jooksul 1260 koolitundi, Bulgaarias 8 õppeaasta jooksul 1020 õppetundi s.o 240 tundi vähem. I astmes (1.–4. kl) õpetab Bulgaaria 14 õppetundi vähem matemaatikat ja II astmes (5.–8.kl) 86 tundi vähem kui Eesti.
- Bulgaaria matemaatika ainekava annab klasside lõikes täpsed suunised, mida ja kuidas käsitleda. Eesti kooli ainekava ei sisalda nii selgeid juhtnööre ja detailseid õpitulemuste kirjeldusi, need on üldisemat laadi ja vaid kooliastmeti fikseeritud. Bulgaaria õppekava 2006. aasta täienduste määruses ([Bulgaaria] Приложение № 3 ..., 2006)³⁵ on oodatavad õpitulemused ja õppesisu lahti kirjutatud ka kooliastmete kaupa.

³⁵ http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie-pril3.pdf

- Ainekavade õppesisu võrreldes (nii tervikteemade kui konkreetsete mõistete lõikes) võib täheldada järgmisi erinevusi kahe riigi matemaatika miinimumainekavades:
 - Bulgaaria ainekavas on **vähem** kui Eesti ainekavas
 - *Hulknurkade sarnasus*³⁶ (käsitletakse mittekohustuslikus 9. klassis) – meil 8. kl
 - *Nurga trigonomeetrilised funktsioonid* (põhjalik käsitus mittekohustuslikus 9. klassis) – meil 9. kl
 - **Pythagorase teoreem** (põhjalik käsitus mittekohustuslikus 9. klassis. Uue kavandatava õppekava järgi on planeeritud 6. klassi) – meil 9. kl
 - **Arvuvahemikud arvutamiseks** on algklassides 10 korda väiksemad kui Eestis
 - **Promilli, protsendipunkti** mõisted puuduvad – meil 7. kl
 - **Tõenäosuse** mõiste puudub – meil 7. kl
 - **Peastarvutamine** ei leia kajastamist dokumendis (vaid 2. klassi ainekavas kirje: *sooritab arvutusi peast ja hindab tulemuse õigsust*)
 - **Ülesande koostamisest õpilase poolt** räägitakse vaid 2. klassi ainekavas
 - Bulgaaria ainekavas on **rohkem** kui Eesti ainekavas
 - 7. kl teema *Võrratused* (lineaarvõrratus, võimalusel ka lineaarsete parameetriliste võrratuste lahendamine ja sõltuvalt algtingimustest, parameetrile sobiva väärtuse valimine, geomeetriliste võrratuste tõestamine) – meil 10. kl
 - 8. kl teema *Ühe muutujaga lineaarvõrratuste süsteem* (lineaarvõrratuste süsteem) – meil 10. kl; (ahelvõrratus, võrratusetüübid $f(x) \cdot g(x) > 0$, $|ax + b| > c$) – meil 10. kl mittekohustuslik teema
 - 8. kl teema *Vektorid* (mõiste, 3 põhitehet, vektorite lineaarne kombinatsioon, vektorvõrrand, vektor kui lõikude võrdsuse ja paralleelsuse tõestamise vahend, rakendus füüsikas) – meil 10. kl
 - 6. kl **sfäär** – meil pole
 - 7. kl **hulknurga välisnurkade summa** – meil pole
 - 7. kl täisnurkse 30°-se kolmnurga ja hüpotenuusile joonestatud mediaaniga **täisnurkse kolmnurga omadused** – meil pole
 - 7. kl algebralise avaldise **täisruuduks teisendamine** – gümnaasiumis
 - 7. kl **absoluutväärtust sisaldav võrrand $|ax+b|=c$** – gümnaasiumis
 - 7. kl võimalusel **lineaarse parameetrilise võrrandi lahendamine** ja etteantud tingimusi rahuldava parameetri sobivate väärtuste leidmine – gümnaasiumis
 - 7. kl **teoreemi alaliigid** (теорема-свойство, теорема-признак), **lemma, järeldus, vastuväiteline tõestusmeetod** – meil pole
 - 8. kl **pööre, lüke** – meil pole
 - 8. kl **irratsionaalarvu mõiste, irratsionaalsuse kaotamine** (ruutjuure korral) – meil 10. kl
 - 8. kl **funktsioon $y=|ax+b|$** – gümnaasiumis
 - 8. kl **1 parameetriga 2 muutujaga lineaarne võrrandisüsteem ja 3 muutujaga lineaarne võrrandisüsteem** – gümnaasiumis

³⁶ Kalkkirjas on märgitud käsitletava tervikteema pealkiri

- Näeme, et Bulgaaria põhikooli õppesisu on mahukam nii teemade arvu kui materjali käsitlemise sügavuse poolest. Sealjuures on kulutatud vähem õppeaega. Seega tundub selle õppekava järgi õppimine palju intensiivsem ja pingelisem olevat kui Eesti õppekava järgi. Bulgaarias on hinnatud, et õpiajast ca 60% kulub uue materjali edastamisele ja vaid 40 % jääb harjutamiseks-kordamiseks. Neid proportsioone soovitakse muuta. Samuti on kavas programme lihtsustada parameetriliste võrrandite ja võrratuste käsitlemise välja jätmisega (Dimitrova, 2011)³⁷.
- Bulgaaria II kooliastme (progümnaasiumi) õppesisu tundub olevat väga ülekoormatud (palju uusi mõisteid, uut õppematerjali korraga, minnakse küllalt sügavuti ainesse), mistõttu õppesisu sügavamaks omandamiseks ja kinnistamiseks peaks aega nappima.
- Lõimingud teiste ainevaldkondadega, üldiste õpieesmärkidega (teiste valdkonnapädevustega, läbivate teemadega) on Eestil kenasti lahti kirjutatud, Bulgaaria ainekavades on need väga napolisõnalised ja formaalsed. Küll aga on lõimitud kõikide ainevaldkondade teemadega nn läbivad teemavaldkonnad *Modelleerimine* ja *Loogiline mõtlemine*.
- Põhikooli miinimumainekava teemade käsitlemise järjestuses võib täheldada järgmisi ajalisi erisusi:
 - Eesti koolis on erinevates arvuühikutes arvutamine jagatud pikemale perioodile (tehted ratsionaalarvudega 7. kl; Bulgaarias 6. klassi keskpaik);
 - stereomeetria teemat käsitletakse Bulgaarias väga varakult (5.–6. kl) ja põhjalikult, Eestis ca 3-aastase „hiline misega“;
 - geomeetriliste kujundite käsitlemisega alustamine on Bulgaarias üldjuhul varasem (näiteks romb – Bulgaarias: 5. kl; Eestis: 7. kl; trapets – Bulgaarias: 5. kl; Eestis: 8.kl);
 - protsentarvutust käsitletakse Eestis pikema perioodi jooksul (6.–7. kl), Bulgaarias 5. klassis;
 - algebra süstemaatiline kursus algab Bulgaarias hiljem, Eestis tehakse varasemates klassides palju ettevalmistustööd ja järk-järgult lisanduvad uued mõisted (1. klassis võrduses tähe väärtuse äraarvamisenä, tähtavaldis 5. kl, tehted üksliikmega 7. kl, tehted hulkliikmetega 8.kl). Bulgaarias tuleb avaldiste teema alles 6. klassis ja seejärel vaadeldakse kohe tehteid hulkliikmetega 7. klassis. Samuti jõutakse tugevalt Eestist ette võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamise keerukuse osas. Käsitletakse ka võrratusi, mida Eesti kool ei vaatle;
 - defineerimise ja tõestamise algoskustega alustab Bulgaaria kool 7. klassis ja rakendab seda järjekindlalt kõigi teemade piires. Järgmises klassis jätkatakse selle süstemaatilist kasutamist (geomeetrias, vektorite teema juures). Eesti koolis käsitletakse teemat pinna-pealsemalt ja alustatakse 8. klassis;
 - funktsioonide temaatika algab Bulgaarias alles lõpuklassis (8. kl), Eestis alustatakse funktsioonide käsitlemist 7. klassis;
 - võib täheldada üldist tendentsi – Bulgaarias käsitletakse paljusid teemasid õppeaasta võrra varajasemas klassis kui Eestis.
- Bulgaaria ainekavas on õpitulemused sõnastatud ainekeskselt, Eesti ainekavas õpilasekeskselt.

³⁷ http://bnt.bg/bg/news/view/84665/novi_programi_po_matematika

Kokkuvõtteks

Võrreldes kahe riigi kohustusliku matemaatikahariduse (Eesti I–IX kl, Bulgaaria I–VIII kl) sisu Eesti põhikooli III kooliastme ja Bulgaaria II kooliastme (2006.a järgi) matemaatika ainekava *õpitulemuste ja õppesisu loendite põhjal*, siis tunduvad need üsna võrdse kaaluga olevat (nii üldise ainemahu kui oodatavate õpitulemuste lõikes). Ka matemaatika põhihariduse eesmärgid ja sisu on üldjoontes samad. On küll pisikesi erisusi ainesisus (Eesti koolis on käsitletud ja rakendatakse Pythagorase teoreemi, vaadeldakse hulknurkade sarnasust, leitakse sündmuse tõenäosust, rõhutakse arvutiprogrammide kasutamise oskusele; Bulgaaria koolis on käsitletud vektoreid, liitmis- ja korrutamislauseid, sfääri, osatakse lahendada võrrandit $|ax + b| = c$), õpitulemused on Eesti koolis esitatud õppija keskselt, Bulgaarias ainekeskselt sõnastatud – kuid ülejäänus on ainekavade sisud kattuvad.

Samas võime täheldada, uurides Bulgaaria põhikooli matemaatika ainekava klasside kaupa esitust ja võrreldes seda Eesti ainekava valdkonnaraamatu põhise tõlgendusega, et Bulgaaria ainekava on sisutihedam mõistete hulga ja materjali käsitlemise sügavuse poolest. Sealjuures on kulutatud vähem õppeaega kui meil (1 aasta). Seega võime väite, et Eesti õppekava on oluliselt lihtsam Bulgaaria õppekavast.

Järeldused

Hariduse tulemuslikkuse põhiküsimus ei ole mitte niivõrd ühe või teise õppekava konkreetse sisu, kuivõrd selles, kuidas koolis õpetaja õpetab / õpilane õpib; selles, millise vormi, sisu ja tasemega on õpikud ja õpilase poolt lahendatavad ülesanded ja probleemid; kui vanalt õpilane sellega tegeleb ning palju *summa summarum* selleks kõigeks aega kulub. Seega – olulised on õppekava rakendamise küsimused. Bulgaarias on Eestiga ligikaudu sama tasemenivooga õppekavaga võimalik saavutada põhihariduse omandamine 8. õppeaastaga. Milline on hariduse kvaliteedinivoo sellisel juhul, on ise-küsimus.

2.2 Inglismaa

2.2.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta³⁸

Rahvaarv: 53 012 456 (2011)

Rahvastikutihedus: 406,9 in/km²(2011), Eestis 30,9 (2008)

Riik: Inglismaa moodustab Šotimaa, Walesi ja Põhja-Iirimaaga Suurbritannia ja Põhja-Iirimaa Ühendkuningriigi. Seega, Inglismaa on üks ajalooline osa Ühendkuningriigist. Suurbritannias valitseb konstitutsiooniline monarhia.

Kultuurid: 2011. aasta andmete järgi on Inglismaa elanikest 85,4% euroopa päritolu, 7,8% asiaate, 3,5% aafrika päritolu ja 3,3% muust rahvusest inimesi. Inglismaa ametlikuks kirikuks on anglikaani kirik. Inglismaal on ligi 60% kristlased, 5% moslemid, 1,5% hindud, vähem on sikhe, juute ja budiste. Ateistideks peab end 24,7% ja määratlemata on 2011. a seisuga 7,2%.

Riiklik keel: inglise keel (briti)

Majandus: SKP ühe elaniku kohta – 36500 USD (UK, 2011, Inglismaal kõrgem). Perioodi 2007–2011 keskmine inflatsioon oli UKs 3,18, Eestis on sama näitaja 5,06%. 2012. aasta esimeses kolmes kvartalis oli tööpuudus UKs 7,95%, Eestis 10,17%.

Hariduskulutused: 15 309 USD (PPP) (UK 2008), Eestil 5780 USD (PPP). SKP-st 24,35% isiku kohta põhikooli õpilastele ja 31,12% SKP isiku kohta keskkooli õpilastele (2010; Eestis vastavalt 25,94% põhikooli õpilase kohta ja 29,59% keskkooli õpilase kohta).

Haridusosalus: 2010. aasta jaanuari seisuga oli Inglismaa õpilaste koguarv 7,9 miljonit. Nendest suur enamus (93%) õppis riiklikult finantseeritavates koolides ning 7% käis erakoolides. Eesti õpilastest õppis 2011. aastal munitsipaalkoolides 93,4%, erakoolides 4,3% ja riigikoolides.

Õpilaste arv ühe õpetaja kohta: 17,96 (põhikoolis) ja 14,27 (keskkoolis) (Eestis 11,9; 9,44 (2009)). Seadusega on piiratud ühe klassi suuruseks I kooliastmes 30 last, järgmistes kooliastmetes piire ei ole. Eestis on piiranguks 24 last, gümnaasiumis 36.

Matemaatika tundide arv nädalas: 4. klassis 4,8 ja 8. klassis 3,0 (riiklik nõue), 3,1 (koolide praktika). Eestis mõlemad 3,0.

Asukoht PISA 2009 matemaatika tabelis vastava saavutustaseme omandanud õpilaste järgi (%-des):

| Saavutustase | Inglismaa ³⁹ | Eesti | Kõikide riikide keskmine ¹ |
|-----------------|-------------------------|------------|---------------------------------------|
| 2–6 e nullnivoo | 21. (79,8) | 10. (87,4) | 27. (78,0) |
| 3–6 | 27. (54,9) | 14. (64,6) | 23. (56,0) |
| 4–6 | 31. (27,7) | 17. (34,7) | 23. (31,6) |
| 5–6 | 32. (9,9) | 22. (12,1) | 21. (12,7) |
| 6 | 33. (1,8) | 27. (2,2) | 22. (3,1) |

³⁸ Kasutatud on järgmisi allikaid: 2011 Census... 2012, Trading Economics 2012, Central... 2012, INCA 2012, , Eurostat 2012, Puksand jt 2010

³⁹ Inglismaa õpilaste jaotust saavutustasemeid mööda ei ole eraldi PISA tulemustes välja toodud, vaid see kehtib UK kohta.

Inglismaa enda tulemus (493 punkti) oli võrdlusuuringus PISA2009 ühe punkti võrra kõrgem kui Ühendkuningriigis tervikuna.

2.2.2 Haridussüsteem

Hariduselu korraldamisega on Inglismaal seotud järgmised haridusasutused:

- Haridusministeerium – The Department for Education : <http://www.education.gov.uk/>
- Kvalifikatsiooni ja eksamikeskus – Office of Qualifications and Examinations Regulations (Ofqual) : <http://www.ofqual.gov.uk/>
- Kooliinspeksioon, mis tegeleb standarditega - The Office for Standards in Education (includes school inspections and other reports) : <http://www.ofsted.gov.uk/>
- Õpetajakoolitusega seotud asutus - The Training & Development Agency for Schools (TDA) (includes standards for QTS) : <http://www.tda.gov.uk/>
- Õpetamise agentuur (Teaching Agency) – <http://www.education.gov.uk/aboutdfe/executiveagencies/b0077806/teaching-agency>

Inglismaal kehtib koolikohustuslik iga alates 5 eluaastast (aga enamus alustab isegi nooremalt), ja lõpeb 16-aastaselt. Koolist lahkumise vanuse piiri nihutatakse 2013. aastal 17 ja 2015. aastal 18 aastale (INCA 2012). Koolieelne haridus (0–5 eluaastat) on vabatahtlik. Vastavaid programme pakuvad nii erasektori kui mittetulundussektori institutsioonid. Lapsevanemad maksavad koolieelse hariduse eest. Koolieelne programm hõlmab tavaliselt kuut erinevat õppe ja arengu valdkonda: isiklik, sotsiaalne ja emotsionaalne areng; suhtlemine, lugemine ja kirjutamine; probleemi lahendamise oskused, numbrite õppimine ja arvutamine; ümbritsevat maailma puudutavad teadmised; lapse füüsiline areng ning loomingulisust arendavad tegevused. Kohustuslikule kooliharidusele järgneb nn. kõrgema taseme keskharidus, mis on mõeldud õpilastele vanuses 16–18 eluaastat. See on vabatahtlik ning kuni 19. aastaseks saamiseni tasuta. Lisaks on olemas eraldi koolid erivajadustega lastele. Erivajadustega koolides käib Inglismaal ca 1% õpilastest (kokku 7,9 miljonist õpilasest 2010. aastal). Andekaid lapsi nende erivajadustega laste sekka ei loeta.

Põhikooli (*Primary school*) astumiseks toimuvad koolivalmiduse katsed, milleks vanemad peavad ka kodus kasvanud lapse ette valmistama. Selle tarvis käivad paljud kodus kasvanud lapsed mingi aja eelkoolis (harjutatakse isiklikku toimetulekut, sotsiaalset ja emotsionaalset valmidust, suhtlemist, teadmised ja mõistmine ümbritsevast, jm).

Kooliaasta algab septembris ja kestab juuli alguseni, kust algab pikem 6-nädalane koolivaheaeg. Tavaliselt on koolis 3 õppeperioodi, aga mitmed koolid piloteerivad 6-perioodilist õppeaastat (perioodi pikkus 7 nädalat). Kooliaasta pikkuseks on 190 koolipäeva. Esimene poolpäev on vahemikus kell 9–12 ja õhtune poolpäev kell 13–15.30.

Kuna Inglismaal ei ole riiklikult määratud, kui palju tunde matemaatikat seal õpitakse, siis sai kasutatud võrdlusuuringut TIMSS 2011. Sealt selgus, et Inglismaal õpetatakse 4. klassis keskmiselt 188 tundi matemaatikat, kus üldine aastakoormus on keskmiselt 970 tundi. Vastavad andmed 8. klassi kohta oleksid 116 tundi matemaatikat ja 992 tunnist. Siiski on määratud nädalakoormuse miinimummäärad: 5–7 a ja 21 tundi, 7–11 a ja 23,5 tundi, 11–14 a ja 24 tundi ning 14–16 a 25 tundi.

Inglismaal nimetatakse kaht esimest kooliastet põhikooliks (1.–2. ja 3.–6.) ja ning kolmandat ja neljandat kooliastet keskkooliks (7.–9. (progümnaasium), 10.–12.(gümnaasium)) – *Primary School and Secondary School*.

| Vanus/ Riik | Inglismaa (kooliaste, klass) | Eesti (kooliaste, klass) |
|----------------|--|-----------------------------|
| 5 a | I 1. klass (ISCED 1) | |
| 6 a | I 2. klass | |
| 7 a | II 3. klass | I 1. klass |
| 8 a | II 4. klass | I 2. klass |
| 9 a | II 5. klass | I 3. klass |
| 10 a | II 6. klass | II 4. klass |
| 11 a | III 7. klass (ISCED 2) | II 5. klass |
| 12 a | III 8. klass | II 6. klass |
| 13 a | III 9. klass | III 7. klass |
| 13–14 a | IV 10. klass (ISCED 3) | III 8. klass |
| 14–15 a | IV 11. klass | <u>III 9. klass</u> |
| 15–16 a | IV 12. klass | G 10. klass |
| 16–17 a | 12. (keskhariduse kõrgem tasand) | G 11. klass |
| 17–18 a | Keskhariduse kõrgem tasand | G 12. klass |

Inglismaal kirjestatakse õpikuid erakirjastuste poolt. Õpetaja saab nende vahel vabalt valida, kusjuures riiklikult ei ole olemas mingit soovitatud õpikute nimekirja. Koolid pakuvad ja laenavad õpikuid õpilastele.

Inglismaal toimuvad iga kooliastme lõpus testid, kusjuures teise kooliastme lõpus toimub riiklikult korraldatud tasemetöö. Testide tulemused ei mõjuta reeglina õpilase liikumist ühelt kooliastmelt teisele. Õpilasi ja vanemaid informeeritakse tulemustest. Kohustusliku kooliea lõpus (vanuses 16a) toimuvad eksamid (General Certificate of Secondary Education – GCSE – www.gcse.com). Eraldi eksamid on sisseastumise tasemel GCE’A’Levels, et astuda kõrgkooli. (INCA 2012)

2.2.3 Haridusalane dokumentatsioon

- Riiklik haridusseadus (haridusmäärus Sections 76–96 of the Education Act 2002)
<http://www.education.gov.uk/aboutdfe/departentalinformation/educationbill/a0073748/education-bill>
- Riiklik õppekava (National Curriculum) –
<http://www.education.gov.uk/schools/teachingandlearning/curriculum>

- Kuni 2011a tegeles õppekavade ja ainekavade arendamisega haridusministeeriumile alluv QCDA (kvalifikatsiooni ja ainekava arendamise agentuur, vana link <http://www.qcda.gov.uk/>). Nüüd tegeleb õppekava hindamisega Standardite ja Testimise Agentuur (STA).
- Ülevaade hindamisest ja kooliastmetest – https://webgate.ec.europa.eu/fpfis/mwikis/eurydice/index.php/United-Kingdom-England:Assessment_in_Primary_Education

Toetavad materjalid:

- <https://www.education.gov.uk> – Haridusministeeriumi kodulehekül, mis koondab kokku kogu haridusala informatsiooni riigis
- <http://www.ofsted.gov.uk> – Ofsted on riiklik asutus, mis teostab järelevalvet haridusasutuste üle. Eesmärgiks on kontrollida, kas programmid ja õpetamine koolides vastavad kehtivatele standarditele. Nad koostavad ülevaateid ja aruandeid. Ofsted annab oma tegevusest aru otse parlamendile.
- <http://www.ofqual.gov.uk> – Ofqual tegeleb riiklike õppekavade väljatöötamise ja hindamisega, metoodiliste ja juhendmaterjalide koostamise ning koolide nõustamisega. Hariduse kvaliteedi standardite sätestamine, mõõtmine ning hindamine. Ofqual annab oma tegevusest aru otse parlamendile.
- <http://www.teachersupport.info> – Lehekül õpetajate nõustamiseks erinevates küsimustes. Tasuta telefoniliin ja muu.
- <https://www.gov.uk/browse/education> – Siit leiab vajamineva kui otsid endale kooli, abi saab ka transpordiküsimustes ja finantseerimises. Olemas info ka haridussüsteemi kohta: erinevad kooliliigid, kohustuslik haridus, puudumiste regulatsioon, koolivorm jne.
- <http://www.nationalnumeracy.org.uk/resources/10/index.html> – Sealt saab lugeda, milliseid järeldusi tegid inglased oma ainekavade võrdlusest ning mida kavatsevad edasi teha.
- **TROL** (Teaching Resources OnLine) – lai valik matemaatikaga seotud materjale õpetajatele. Ressursside loojaks on Frank Tapson, CIMT.
- Palju probleemülesandeid (sh interaktiivseid, sarnaneb meie Kuubikuga, kuid ülesandeid on ka keskkooli õpilastele) matemaatikast, aga ka õpetajate eduelamusi ja artikleid asub portaalis **NRICH** (Cambridge ülikool).

Ja muud toetavat materjali on Inglismaal ilmselt väga palju. Ühe allika (olnud aasta Londonis abiõpetajaks) järgi õpetajad kasutavad tundide läbiviimisel väga palju internetist leitud töölehti, mida jagatakse vastavalt õpilaste saavutustasemele.

2.2.3.1 Riiklik õppekava⁴⁰

Inglismaa õpetajad kasutavad portaali www.nc.uk.net.

Pole ühist alusdokumenti, uuendused käivad kooliastmete kaupa ja on erinevas faasis.

Inglismaal mindi riiklikule õppe kavandamisele üle 1988. aastal, enne seda kuulus see, mida ja millal õpetada, kooli ja õpetaja pädevusse.

⁴⁰ <http://www.education.gov.uk/schools/teachingandlearning/curriculum/nationalcurriculum>

Riiklik õppekava (haridusmäärus Sections 76–96 of the Education Act 2002) võeti vastu 1996 ja viimased muudatused kinnitati 2002. I ja II kooliastmel (1.–6. klassis) on tuumained: Inglise keel, Matemaatika, Loodusained. Lisaks on kunst ja disain, tehnoloogia, IKT (2012a heideti see ainekava kõrvale), muusika, kehaline kasvatus.

On riiklikult kohustatud ainekavad ning vastavad saavutustasemete kirjeldused. IKT on riiklikust ainekavade loendist väljas (2012a-st alates), kuid koolid koostavad selles aines omad nõuded ja ikkagi õpetavad. Seega olukord on sarnane situatsioonile Eestis.

Alates 2011. a toimub õppekava reformimine, näiteks on kavas pikk 4-aastane II kooliaste jaotada kaheks kooliastmeks.

Riiklike õppekavade ideaaliks on algusest peale olnud kõigi õppijate arengu toetamine, arvestades nende eripära ja hetketaset, seetõttu loodi 8-tasemeline standardite süsteem (*Attainment Targets*), mille saavutamise puhul nähakse ette suurt paindlikkust – see ei seo tasemeid üheselt õppija vanusega ja võimaldab igal õppijal areneda edasi oma hetketasemest lähtudes. Reaalselt toimib see õppekava prof. Bill Boyle sõnul aga õppijate ja koolide reastamise vahendina (Boyle, 2012). Õppija hetketaseme arvestamine väljendub tihti tasemegruppide koostamises, milles nõrgemasse gruppi sattunud õppijad ei hakkagi püüdlema kõrgemate eesmärkide poole (Mansell jt 2009).

8-tasemeline saavutustasemete süsteem, mis seni kasutusel on olnud, on plaanis lähiaastatel ümber vaadata, et tagada kõigile õpilastele teatud vanuseks kindlate võtmepädevuste omandamine kindlal tasemel (Department of Education, 2012).

Raamdokument *The Framework for the National Curriculum. A report by the Expert Panel for the National Curriculum review (2011)*:

<https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/NCR-Expert%20Panel%20Report.pdf>.

Koostamisel on ainekavade uued tööversioonid:

<https://media.education.gov.uk/assets/files/pdf/d/draft%20national%20curriculum%20for%20mathematics%20key%20stages%201%202.pdf>

Uues matemaatika ainekava mustandis⁴¹ on II kooliaste jaotatud kaheks võrdseks 2- aastaseks kooliastmeks. Õppesisu kirjeldatakse klassiti, on muutunud ainekesksemaks (detailsus on pisut kõrgem kui nt Singapuri ainekaval). Tabelina esitatult asub vasakpoolses veerus õppesisu ja protsessi kirjeldus ning parempoolses veerus õpitulemuste kirjeldus. Sel kombel loodeti saada ainekava täpsemaks ning õpitulemuste täpsem välja toomine garanteeriks ühesed alused selle kohta, mis peab olema õpitud ja mida testides saab kontrollida.

⁴¹<http://media.education.gov.uk/assets/files/pdf/d/draft%20national%20curriculum%20for%20mathematics%20key%20stages%201%202.pdf>

2.2.3.2 Matemaatika ainekava

Inglismaal kehtib põhikooli osale 1999⁴². a vastu võetud matemaatika ainekava ning uue struktuuriga keskkooli ainekava aastast 2007⁴³. Mõlemad on kirjeldatud **kooliastmeti**:

Põhikool – Key Stage 1, Key Stage 2

Keskool – Key Stage 3 = III kooliaste

Key Stage 4 = IV kooliaste

Praegu kehtivas põhikooli ainekavas (1999) on järgmine struktuur: programm, mida peab õpetama; saavutustasemete kirjeldused, et määrata õpilaste edasijõudmist. Koolil on vabadus, kuidas nad oma õppekava koostavad ja õppetöö organiseerivad. Programmis on järgmised 3 ainevaldkonda:

| I kooliaste, 1.-2. klass | II kooliaste, 3.-6. klass | III ja IV KA, 7.-9 ja 10.-12. klass (2007) |
|--|--|--|
| Arvutamine (Number) Geomeetria (Shape, space, measures) | Arvutamine Geomeetria Statistika (Handling data) | Arvutamine ja algebra Geomeetria (Geometry and measures) Statistika (Statistics) |

Iga ainevaldkonna juures on nõudmised matemaatika kasutamise ja rakendamise kohta.

Saavutustasemed (Attainment targets) – need on kujundatud selleks, et hinnata teadmiste, oskuste ja mõistmise taset, mida õpilaselt oodatakse iga kooliastme lõpus. Saavutustasemeid on 8 ja lisaks see, mis ületab kõiki ootuseid. Saavutustasemeid on kirjeldatud neljas osas:

- Matemaatika rakendamine;
- Arvutamine ja algebra;
- Geomeetria ja mõõtmine,
- Statistika.

Õpilastele seatud ootuseid kirjeldab järgmine tabel (PK ainekava, 1999: lk 7)

Tabel 7. Õpilastele seatud ootused

| Kooliastmed ja saavutustasemete vahemik | | Oodatakse, et enamik õpilasi saavutab taseme | |
|---|-----|--|-----|
| I KA | 1-3 | Vanuses 7a | 2 |
| II KA | 2-5 | 11a | 4 |
| IV KA | 3-7 | 14a | 5/6 |

IV KA jaoks on tähtsamad eksami tingimused, mis õpilase taset hindavad.

Õppesisu antakse edasi järgmisel kujul

- Põhikoolis „Õpilasele peab õpetatama (*Pupils should be taught to*)...”
- Keskoolis „Matemaatika õppimine peab endas sisaldama (*The study of mathematics should include*)..”

Põhikooli ainekavas on õpetuse sügavus (*Breath of study*), mis määrab ka matemaatika õpetuses rakendatavaid tegevusi, situatsioone ja eesmärgi läbi mille õpilastele peab õpetama teadmisi ja oskusi ja arusaamist matemaatikast.

⁴²http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20101221004558/http://curriculum.qcda.gov.uk/uploads/Mathematics%201999%20programme%20of%20study_tcm8-12059.pdf

⁴³http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20101221004558/http://curriculum.qcda.gov.uk/uploads/QCA-07-3338-p_Maths_3_tcm8-403.pdf,
http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20101221004558/http://curriculum.qcda.gov.uk/uploads/QCA-07-3339-p_Maths_4_tcm8-404.pdf

Keskkooli ainekavas ei ole eelmist õpetuse sügavust. Nende kahe kooliastme ainekavadel on eelmisest erinev struktuur. Alustatakse ainekavadele „kohustulikest“ loosungilikest ainekava (õppimise nautimine, vastutustundlikud kodanikud) ja matemaatikaõpetuse eesmärkidest (matemaatika on mõtlemisviis ja vajalik kaasaegsele kodanikule; matemaatika on vahend probleemide lahendamiseks; matemaatika on loov, see on keel). Võrreldes põhikooli ainekavaga on erinevad järgmised osad, mis kirjeldavad *Key Concepts* (Kompetentsus, Loovus, Matemaatika rakendamine, Kriitiline mõistmine ja hindamine); *Key Processes* (Matemaatika üldoskused-pädevused: esitlemisoskus; analüüsioskus; tõlgendamise ja hindamise oskus; Suhtlemise ja peegeldamise oskus).

Põhikooli ainekavas on kirjeldatud probleemide lahendamist järgmiselt. Kooliastmetes määratakse järjest kõrgemal tasemel matemaatika pädevused kolmes osas (Probleemi lahendamine, Suhtlemine, Arutlemine). Probleemi lahendamine on ka üks võtmepädevus: valib ja kasutab lahendusmeetodeid ja tehnikaid; arendab strateegilist mõtlemist; peegeldab kas tehtud lahendus on oodatav ja vastav probleemile.

Keskkooli osas on probleemi lahendamine kirjeldatud täpsemalt. Seal on kummalgi kooliastmel järjest kõrgemal tasemel matemaatika üldpädevused: Esitlemine, Analüüsimine, Sobivate matemaatiliste protseduuride rakendamine, Suhtlemine ja reflekteerimine.

Põhikooli ainekavas on kummagi kooliastme lõpus on eraldi loend õpetuse sügavuse kohta (*Breath of study*) – kontekstid, tegevused, valdkonnad ja ulatus milles eelmises punktis toodud teadmisi, oskuseid ja arusaamist õpetatakse. Nt II kooliastme lõpust

1. Vajalikud kommentaarid õppesisu kohta ning lõimimine teiste ainetega, näidates täpselt vastava punkti. Näiteks, et seda oskust matemaatikast läheb vaja inglise keele õppimisel (seos kavaga).
2. Ainekava lõpeb kaheksa saavutustaseme kirjeldusega.
3. Vanemas ainekavas on suunised õpetajatele Üldised nõudmised õpetamiseks. Tähtsamad kolm tingimust olid – õpetus on parajalt väljakutsuv; õpetus arvestab õpilase erineva õpistiiliga; õpetaja arvestab üksiku ja rühma vajaduste ja võimekusega. Seal räägitakse ka erivajadusega lastest.
4. Vanemas ainekavas on eraldi lehekülge matemaatika keelega seotud oskuse kohta: kuidas korrektselt kirjutada, rääkida, kuulata, lugeda. Sealjuures peaks õpetatama sobivaid strateegiaid (nt kuidas lugeda ja mõista matemaatilist teksti, mida selles jälgida).

Lisades on näited uuemast ja vanemast õppekavast.

Põhikooli ainekavas on põhiveerg, mis sisaldab õppesisu. Kõrvalveerus on kooliastme alguses selle eesmärgid (ca 10) ning edaspidi on kõrvalveerus kommentaarid ning lõimingupunktid teiste ainekavadega (nt inglise keele ainekavaga, looduainetes ainekavaga jt) ning näidatakse võimalusi IKT kasutamiseks. Põhiveerus on õppesisu organiseeritud sõltuvalt valdkonnale erinevalt, kuid eraldi tuuakse alapunktidenä välja rakendamine, peast arvutamine, kirjalik arvutamine, kalkulaatori kasutamine arvutamisel. Kooliastme lõpus on toodud kümme teesi õppesisu ulatuse (*Breath of Study*) kirjeldamiseks.

Keskkooli ainekava on põhikooli ainekavaga võrreldes äärmiselt kontsentreeritud või üldsõnaline õppesisu ja õpitulemuste kirjeldamisel. Ainekava vasakpoolses veerus kirjeldatakse õppesisu. Paremapoolses veerus on küllalt üksikasjalikud kommentaarid vasakul alla joonitud fraasidele-mõistetele.

Vasakpoolses veerus Arvutamise kohta on selline õpitulemus: õpilasele peab õpetatama kuidas kasutada aritmeetika reegleid, et teisendada ja arvutada ratsionaalarvudega.

Parempoolses veerus on kahele allajoonitud fraasile kommentaarid.

Aritmeetika reegleid: See sisaldab teadmisi tehetest ja pöördtehetest ning seda, kuidas kasutada arvutamisel kalkulaatorit. Õpilased peavad mõistma, et näiteks avaldist $1+2\cdot3$ ei mõista kõik kalkulaatorid ühtmoodi, sest neil on erinev algebraline loogika.

Teisendused ja arvutused ratsionaalarvudega: See sisaldab peast ja kirjaliku arvutamise meetodeid igapäevaelulistes situatsioonides nagu temperatuur, kõrgused, finantsaruanded ja –tehingud.

Sellest kommentaarist peab aru lugeja aru saama, et õpilane peab tehete järjekorda tundma õige täpselt, sest ta peab selle juures taipama ka kahte erinevat algebralist loogikat (arvutamine otse, vasakult paremale ning õiges tehete järjekorras). Seega minnakse lihtsalt tehete järjekorra tundmisest kaugemale. Selline kaude rääkimine, aga pole lugejale kuigi lihtne viis. Siit ei saa kuidagi aru, kas ja kui keeruliste harilike murdudega osatakse Inglismaal peast ja kirjalikult arvutada. Oskab peast ja kirjalikult arvutada mingites situatsioonides, kus piisab täisarvude ning kümnendmurdude tundmisest? Harilikke murde igapäevases elus eriti korrutama ei hakata. On veel üks võimalus täpsustamaks õpi-eesmärke. Selleks tuleb lugeda vastava ainevaldkonna lõiku Saavutustasemete kirjelduses.

Matemaatika rakendamine, Saavutustase 5: „... Nad arvutavad korrektselt, kasutades vajadusel IKT võimalusi.” Sellest katkest ei saanud vastust kuivõrd oskavad õpilased kirjalikult nt harilike murdudega arvutada.

Arvutamise valdkond, Saavutustase 5: „... Nad kasutavad kahe komakohaga kümnendmurdude puhul kõiki nelja põhitehet. ... Nad leiavad hariliku murruga väljendatud osa tervest, kui vaja siis kalkulaatori abil. ... Kasutavad korrektselt sulgusid. ...”

Arvutamise valdkond, Saavutustase 6: „... Nad liidavad ja lahutavad harilikke murdusid, teisendades need esmalt ühenimelisteks ...”

Seega kuidagi pole selge, kui keeruliseks läheb inglistel harilike murdudega arvutamine. Ei aidanud ka saavutustasemete jälgimine. Ehk tuginetakse korrutamisel-jagamisel kalkulaatorile. Seega meil on küllalt keeruline võrrelda Eesti matemaatika ainekava õpitulemuste sügavust Inglismaa omaga. Selleks peaks nüüd otsima edasi kas testide või eksamite ülesandeid. Ametlikud dokumendid siin kahjuks alati selgeid piire ei tõmba.

Inglismaa ainekavas on näidatud kohti, kus ja kuidas rakendada IKT vahendeid. Samas informaatika ainekava on praegu ametlikult maha võetud ja on koolide enda koostada. See situatsioon on väga sarnane Eestilegi, kus informaatika või tehnoloogia õpetamine on täielikult koolide pädevuses. Informaatikaõpetajaid ainekava olemasoluga ei toetata ei siin ega seal.

2.2.4 Kokkuvõte Inglismaa matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga)

Praegusel hetkel tegeletakse Inglismaal väga intensiivselt põhiainetes ainekavade reformimisega. Matemaatikas on ilmutatud katseversioon aruteludeks.

Põhikoolis kehtiv ainekava (1999) oli küllalt metoodiline. Sealt olid hästi välja loetavad õpitulemused. Rõhku pöörati matemaatilisele kirjaoskusele, tööle andmetega.

Arvutamise valdkonnas oli meie ainekavaga võrreldes oluliselt erinev naturaalarvude aritmeetika suurem detailsus. Esile oli toodud mitmed õpitulemused eraldi peast ja kirjaliku arvutamise kohta (nt liitmise seos korrutamisega on ka meil ainekavas, kuid seal on ka jagamise seos lahutamisega –

korduvalt samapalju lahutades saame ka jäägiga jagamist õppida ja mõista). Inglismaal saadi ka ainekava kooliastmeti kirjutades kirjeldada arvuhulga laienemist ja arvutamise keerukamaks minekut. Eraldi jälgiti tehteid naturaalarvudega, kümnendmurdudega ja harilike murdudega. Meil on ainekava vähem spetsiifiline.

Meeldiv oli ruumikujutluse arendamine põhikoolis. On selge, et neil on seda vaja arendada, sest lapsed tulid kaks aastat nooremana kooli. Vaja on siis selgitada asendiga seotud mõisteid (all, peal jne), aga siit minnakse edasi kujundi pööramise, lükke, peegeldamiseni. Lõpuks jõutakse lookuse kontseptsioonini ning funktsiooni graafiku teisendamiseni.

Mitmes kohas annab PK ainekava metoodilisi vihjeid: enne arvutama asumist esitada hüpotees tulemuse kohta, hinnata oma lahendi reaalsust; risküliku pindala juurde jõutakse sellesse ruute paigutades ja loendades.

Nende kõige nõrgem valdkond on algebra. Oli küll vihjeid algebra propedeutikale – arvude ja kujundite mustrite ja jadade uurimine (seda arutluste algatamise võimalust tasuks meil I KA ainekavas lisada). Kuid tähte sisaldavate avaldiste teisendamisega tegeletakse vähe (keskkooli ainekava on aga sedavõrd üldsõnaline, et sealt ei olnud võimalik algebraliste avaldiste kohta midagi täpsemat leida).

Kohe esimesest kooliastmest asutakse andmeid töötlemaks ja see valdkond läheb meist kaugemale. Siiski TIMSS 2003 näitas, et olime selles valdkonnas täiesti võrdsed.

Talvel 2012 avaldati tulemused, kus oli võrreldud oma põhiainete ainekavasid rahvusvaheliste haridusuuringute põhjal maailmas edukaimate riikide ainekavadega. Aasta 2012 lõpus esitatud põhikooli matemaatika ainekava prooviversioon oli 2007.a reformikavaga (kui keskkooli ainekavas kirjeldati õpetatavat väga üldsõnaliselt) võrreldes liikunud teises suunas. Võib arvata, et nad on tõsiselt liikunud nn Singapuri matemaatika suunas, püüdes õppesisu ja õpitulemusi isegi detailsemalt kirjeldada ([Inglismaa]National... 2012).

Inglismaal on plaan muuta kooliastmeid lühemaks. Nii muudetakse põhikool kolme-astmeliseks (2+2+2). Plaanitakse kohustusliku kooliea lõpp viia 16 aastalt 18-le (2015 aastal). Sel juhul peab praegusest suurem osa õpilasi õppima matemaatikat (keskkoolis võisid nad matemaatikat ka üldse mitte valida).

Meie õppetunnid Inglismaalt. Peame jälgima, kuhu suunas nad nüüd ainekava reformimisega liiguvad. Oleks huvitav teada, kas neil on plaan ka keskkooli ainekava muuta tagasi detailsemaks. Teiseks kuna neil on rahvusvaheliste võrdlusuuringute põhjal enim probleeme algebra valdkonnas, siis milliseid muutusi nad plaanivad ette võtta.

Kui ainekava muuta üldsõnaliseks, nagu seda tegi Inglismaa oma 2007.a reformiga keskkooli matemaatikas, siis on pärsitud õpetajate töö, ainekava omandatuse hindajate töö, aga ka õppevara loojate töö. Kui pole õppesisu ja eriti õpitulemusi piisava detailsusega lahti kirjutatud, siis on ebaselge, mida peab õpetama või õppima, mida saab või peab küsima. Kui ainekava ei näita, mida õppida, siis hakkab seda tööd tegema tasemetest või eksam. Inglismaal vajutati sel põhjusel ainekava reformimisele kergelt pidurit (National Numeracy...) ja nüüd on uues ainekava mustandis juba õppesisu ja õpitulemused välja kirjutatud vähemalt sama detailselt kui Singapuri põhikooli ainekavas. Inglismaal muudetakse pikad kooliastmed kaheklassilisteks, kuid ainekava mustand on lahti kirjutatud klassiti.

2.3 Ontario (Kanada)

2.3.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta⁴⁴

Rahvaarv: 13,5 miljonit (Ontarios elab umbes 40% kogu Kanada elanikkonnast) (2012)

Rahvastikutihedus: 14,7 in/km² (Eestis 30,9)

Riik: Kanada on iseseisev riik, kuid kuulub Briti Ühendusse ning seega kuninganna Elisabeth II valitsusalasse. Kanada on väga detsentraliseeritud, tal puudub hariduse reguleerimiseks keskvõim – iga provints ja territoorium (*territory*) otsustab ise, Ontario on üks neist (kokku on Ontarios 10 provintsi ja 3 territooriumi).

Kultuurid: Kanada on kultuuriliselt väga mitmekesine, Ontario sealhulgas. Aastal 2006 tunnistas umbes pool esimese generatsiooni kanadalastest ennast ainult mitte-euroopa juurtega olevaks (kõige rohkem hiina, india, filipiini, vietnami; eurooplastest itaalia, saksa, portugali, poola). Teisest generatsioonist ütles end ainult euroopa päritolu olevaks 40% elanikest (ainult mitte-euroopa juurtega 10% elanikest).

Riiklikud keeled: inglise, prantsuse (2006. a rääkis Ontarios emakeelena ainult inglise keelt 68% elanikest, ainult prantsuse keelt 3,9%, mõlemaid 0,4%, emakeelena mitte-riigikeelt 25,7% Ontario elanikest)

Majandus: SKP elaniku kohta 45 196 USD (PPP), Eestis 20 608 USD (PPP) (2010)

Hariduskulutused: Kanadas mittekõrgharidusele 10 439 USD, kõrgharidusele 19 362 USD, Eesti kohta vastavalt 6053,8 USD ja 5780,0 (2008)

Õpilaste arv ühe õpetaja kohta: 15,8 (ühe ametikoha kohta põhi- ja keskkoolis 2010/2011), Eestis sama näitaja 12,0 (2011/2012).

Matemaatika tundide arv nädalas: 4. klassis 4,7 (18% kõigist ainetest, koolide praktika); 8. klassis 4,2 (16% kõigist ainetest, koolide praktika). Eestis mõlemad 3,0.

Asukoht PISA 2009 matemaatika tabelis vastava saavutustaseme omandanud õpilaste järgi (%-des):

| Saavutustase | Kanada ⁴⁵ | Eesti | Kõikide riikide keskmine |
|-----------------|----------------------|------------|--------------------------|
| 2–6 e nullnivoo | 8. (88,5) | 10. (87,4) | 27. (78,0) |
| 3–6 | 10. (69,8) | 14. (64,6) | 23. (56,0) |
| 4–6 | 11. (43,3) | 17. (34,7) | 23. (31,6) |
| 5–6 | 12. (18,3) | 22. (12,1) | 21. (12,7) |
| 6 | 15. (4,4) | 27. (2,2) | 22. (3,1) |

2.3.2 Haridussüsteem

Kanada on föderaalriik ning on arenenud maade hulgas ainus, kellel ei ole tsentraalset haridusministeeriumi – 13 provintsi ja territooriumi reguleerivad oma piirkonna haridust ise (OECD 2011 lk 66). Seda enam on märkimisväärne, et Kanada õpilased õpivad hästi, olenemata sotsiaal-

⁴⁴ Kasutatud on järgmisi allikaid: Ontario Fact... 2012, Eurostat 2012, OECD 2011, Ethnic... 2003, , Statistics Canada 2012, [Ontario] Education Facts..., Education Indicators... 2012, OECD statistika 2012, Üldhariduse... 2012.

⁴⁵ Ontario piirkonna tulemused matemaatikas on sarnased Kanada keskmisele (<http://www.statcan.gc.ca/pub/81-590-x/81-590-x2010001-eng.pdf>, tabel 2.1; ja http://www.eqao.com/pdf_e/10/2009_PISA_Highlights_en.pdf lk 3). Ontario tulemusi saavutustasemetega kaupa ei õnnestunud autoril leida.

majanduslikust taustast, emakeelest või sellest, kas tegu on põliskanadalaste või hiljutiste immigrantidega (OECD 2011, lk 65).

Kui Korea ja Jaapan on olnud nt PISA tulemuste tipus alates 80ndatest-90ndatest, siis Kanada tõus jõudis avalikkuse ette 2000. aastal. Kanada hariduslik hüpe on olnud nii võimas, et OECD on oma 2011. aasta raportis püüdnud Kanada eduloo juured välja selgitada (Ontario näitel). OECD (2010, lk 76–77) toob välja selle, mis on Ontario tippu viinud:

- Hariduse ja laste väärtustamine.
- Kultuurirühmade toetus ja huvi kõigi õppijate kõrgete tulemuste saavutamise vastu.
- Süsteemi sidusus ja huvipoolte ühtne meelestatus – McGuinty valitsust kui Ontario hariduse reformijat on väga kiidetud ühiste eesmärkide ja arusaamiste poole püüdlemise ja saavutamise eest. Nende peamised algatused – Kirja- ja Matemaatilise Kirjaoskuse Sekretariaat (*Literacy and Numeracy Secretariat*) ning õpilase edu strateegia – leidsid ühiskonnas väga positiivset vastukaja.
- Head õpetajad ja koolijuhid – Ontario haridusreformid said toimuda tänu tugevale õpetajaskonnale. Kirja- ja Matemaatilise Kirjaoskuse Sekretariaat (*Literacy and Numeracy Secretariat*) tegi otsuse Inglismaa ettekirjutuste süsteemi („*informed prescription*“) mitte järgida ja toetas pigem kogukondlikku eksperimenteerimist ning innovatsiooni. Selline lähenemine edastas õpetajatele kirja- ja matemaatilise kirjaoskuse arengu toetamiseks väga tugeva sõnumi: õpetaja on professionaal, kes tunneb oma õpilasi ja seetõttu on just õpetaja leitud lahendusviisil (mitte ülalt tulnul) tähtis roll. Õpetajaamet on Kanadas ajalooliselt suure au sees ja õpetajakoolituse tudengid on gümnaasiumilõpetajate ülemisest kolmandikust. Ontarios on pööratud eraldi tähelepanu ka koolijuhtide koolitamisele.
- (Üks) võimekas juhtimiskeskus, millel on autoriteet ja õigus tegutseda – Ontario hariduse eduloo taga on ühelt poolt tugev keskne juhtimine ja teiselt poolt usaldus ning mahukad investeeringud valdkonnas tegutsevate professionaalide võimekuse tõstmisesse (ja usalduse suurendamisse).
- Aruandekohustus – üks suuremaid õnnestumisi on olnud madala sooritusega koolide vähendamine. Koole ei suletud (nagu on kombeks nt USAs), vaid neisse suunati tehnilist tuge ja rakendati erinevaid sekkumismeetodeid.

Raportis tuuakse eraldi välja, et riikide hariduspoliitikates püütakse liiga tihti teha otsuseid stiilis reform *versus status quo*. Kanada kogemus näitab, et nende kahe „poole“ ühendamine (väljastpoolt reformijad, kes sunnivad edu saavutama, ja tegelikud rakendajad ehk õpetajad, kooli juhtkond, liidud, kes on vastu ja nn vastasleeris) viib väga heade tulemusteni. (*ibid*, lk 77)

Ontarios kehtib koolikohustus õpilastele vanuses 6–18 aastat (Ontario haridusseadus art 21 (1) a, b).

| Vanus/Riik | Eesti (klass) | Uus-Meremaa (klass) |
|------------|---------------|-----------------------|
| 6 | | P ⁴⁶ 1. kl |
| 7 | I 1. kl | P 2. kl |
| 8 | I 2. kl | P 3. kl |
| 9 | I 3. kl | P 4. kl |
| 10 | II 4. kl | P 5. kl |
| 11 | II 5. kl | P 6. kl |

⁴⁶ P – Primary, S – Secondary

| | | |
|----|-----------|----------|
| 12 | II 6. kl | P 7. kl |
| 13 | III 7. kl | P 8. kl |
| 14 | III 8. kl | S 9. kl |
| 15 | III 9. kl | S 10. kl |
| 16 | G 10. kl | S 11. kl |
| 17 | G 11. kl | S 12. kl |
| 18 | G 12. kl | S 13. kl |

Provintsid on jagatud koolipiirkondadeks ning igal piirkonnal on oma koolinõukogu (*school board*). Nendesse kuuluvad poliitikud (valimiste teel), kes alluvad provintsi poliitikale ning kelle kompetentsi kuulub õppekavaga seonduv. Tavaliselt haldab üks nõukogu mitme linna koole.⁴⁷

Kanadas on üldharidus finantseeritud riigi poolt, kuid on ka erakoole. Koolid saavad Kanadas olla kas ilmalikud või kiriklikud (katoliiklikud või protestantlikud).⁴⁸

2014. aasta septembrist rakendub Ontario koolides 4- ja 5-aastastele lastele uus nn kogu-päeva (*full-day*) lasteaiaprogramm⁴⁹. Nendes koolides, kus on sellise *programmi* järgi vajadus, õpivad lapsed 6 ainevaldkonnas: isiklik ja sotsiaalne areng, keel, matemaatika, loodusteadused ja tehnoloogia, tervis ja kehaline aktiivsus, kaunid kunstid. (Ontario Schools... 2012, lk 20)

Põhikool on Ontarios 1.–8. klassini, keskkool (*Secondary*) 9.–12. klassini.

Õppeained

Inglisekeelsed koolid peavad Ontarios õpetama järgmisi ainevaldkondi: kaunid kunstid; prantsuse keel; tervis ja kehaline kasvatus; keel; matemaatika; loodusteadused ja tehnoloogia; sotsiaalsed (1.–6. kl) või ajalugu ja geograafia (7.–8. kl).

Põhikoolis ei ole rahvusvaheliste keelte õppimine kohustuslik, kuid vanemad võivad seda taotleda; põliskeelte õpe toimub vastavalt kooli õppekavale. Igale Ontario õpilasele (s.h erivajadusega) tuleb iga päev tagada vähemalt 20 minutit kas mõõdukat või väga aktiivset liikumist.

(Ontario õppekava: saavutustasemed 2004 lk 21, 22)

Õpikud

„Ontario koolid lasteaiast 12. klassini: nõuded“ defineerib õpiku-töövihiku (*textbook*) ning lisaks muudele tunnustele peab õpik katma 85% ainekava õpiväljunditest (*expectations*). Täiendav õppevara võib teha seda vähem, nt matemaatika puhul sisaldada ainult geomeetria osa.

Koolid võivad õpikutena kasutada ainult Ontario haridusministeeriumi kinnitatud õpikuid, mis on läbinud väga põhjaliku kontrolli, et kindlustada nende vastavus riigi hariduse standarditele. Õpikute nimekirjaga (*The Trillium List*) saab tutvuda siin: www.curriculum.org/occ/trillium/index.shtml. Valiku nimekirjast peavad tegema koolinõukogud (*school boards*); täiendavate materjalide (romaanid, sõnaraamatud, atlased, tarkvara jm) valiku ja kvaliteedi hindamise eest vastutavad täielikult koolinõukogud (*school boards*). (Ontario Schools... 2012, lk 23)

Hindamine

1.–12. klassi hindamise alused kehtestab 2010. aastast pärinev poliitikadokument [*Ontario*] *Growing Success: Assessment, Evaluation, and Reporting in Ontario Schools – First Edition Covering Grades 1 to 12* (2010⁵⁰), lisandumas on täiendused alushariduse jaoks.

⁴⁷ <http://schoolsincanada.com/Canadian-Education-System.cfm>

⁴⁸ <http://schoolsincanada.com/Canadian-Education-System.cfm>

⁴⁹ *The Full-Day Early Learning–Kindergarten Program* – vt lähemalt

www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/kindergarten_english_june3.pdf

⁵⁰ www.edu.gov.on.ca/eng/policyfunding/growSuccess.pdf

Lisaks dokumendis kirjeldatud seitsmele hindamise põhimõttele (*ibid*, lk 6) on õpetajal kohustus arendada ja hinnata ka õpilase õpioskuseid ning tööharjumusi: vastutustunne, organiseeritus, iseseisev töö, koostöö, algatusvõime, eneseregulatsioon (*ibid*, lk 11). Ministeerium rõhutab, et nende oskuste hindamine peab olema õpitulemuste hindamisest täiesti lahus, v.a erandjuhtudel. Näiteks tuuakse m.h matemaatika ainekavas olev õpitulemus, mis nõuab ülesande lahendamisstrateegia kasutamist. Kuna selle õpitulemuse saavutamine nõuab osa õpioskustest ja osa ka tööharjumusest (organiseerimine), ei ole selle näite puhul õpioskuste-tööharjumuste hindamine üksteisest eraldatud (*ibid*, lk 10).

Ontarios hinnatakse õppijaid vastavalt haridusstandarditele. Need on sõnastatud kahel üldistusastmel. Üldisemalt on sõnastatud see, mida õppijad peaksid oskama (nt mingi matemaatilise mudeli rakendamine eluliste ülesannete lahendamiseks) ning konkreetsemalt on välja toodud täpsem sisu (nt see, milliste mudelitega millises klassis tegeletakse). Õpetajate pädevusse kuulub otsustamine, milliste konkreetsete näidete põhjal hinnata üldisemate eesmärkide saavutatust, milliseid neist kasutatakse ka kokkuvõtva hindamise osana ja milliste saavutamise kohta kogutakse lihtsalt õppeprotsessi käigus andmeid. (*ibid*, lk 38)

Ontario on läinud normipõhiselt hindamissüsteemilt (*norm-referenced*) kriteeriumipõhisele hindamissüsteemile (*criterion-referenced*). See tähendab, et õpetajad hindavad õpilasi kindlate kriteeriumide alusel ning nelja saavutustaseme järgi, mitte ei järjesta/võrdle õpilasi omavahel ega tekita mingeid oma klassisiseseid standardeid. Muuhulgas tähendab see ka seda, et mitte kusagil ei ole määratletud, kui suur hulk/protsent õpilastest mingi taseme saavutama peab. (*ibid*, lk 19)

1.–12. klassini on kohustuslik „läbida“ kõik ainekavas olevad õpiväljundid (*expectations*), kuid lõpphindamine toimub ainult kokkuvõtlike õpitulemuste (*overall expectation*) alusel (vt õpitulemuste kohta ka „2.2.3.1 Ontario õppekava: saavutustasemed“). Õpetaja õigus on ise teha professionaalne valik nendest täpsematest õpitulemustest (*specific expectations*), mida oleks vaja kasutada kokkuvõtlike õpitulemuse saavutamise hindamiseks ja mida ainult õpetamisprotsessis ja väiksemate hindamiste puhul (*assessment*). (*ibid*, lk 38)

Õpetajad täidavad sügiseti vanemate jaoks 1.–8. klassi õpilaste kohta saavutuskaardi (*Progress Report Card*), milles kirjeldavad õpilase edukust iga aine igas valdkonnas ühega kolmest märksõnast: edeneb raskustega, edeneb hästi, edeneb väga hästi.

Ontario koolides märgitakse 1.–6. klassini hindeid tähega, 7.–8. klassis %-na. (Ontario põhikooli..., lk 18)

Õpetajate palk, õpetamiseks kuluv aeg

2009/2019 oli 10-aastase staažiga õpetaja (aasta) palk alustava õpetaja palgast normist tulenevalt 69% suurem ja seda nii ISCED1–ISCED3 õpetajatel. Ontarios hakkab õpetaja õiguse järgi kõrgeimat palka saama alates 10. õpetamise aastast, Kanadas tervikuna varieerub see 9–15 aastani. Ontarios ja Albertas lepitakse õpetajate palga määrad kokku koolide nõukogudes (*school board*), teistes Kanada provintsidest-piirkondades tähendab see kokkulepet õpetajate liitude ja vastava provintsi/ala valitsuse vahel.

Ontario õpetaja õpetab aastas keskmiselt 38 nädalat ja 188 tundi e umbes 5 tundi päevas ning seda tasemetel ISCED1–ISCED3. Teistes Kanada provintsidest-territooriumides on õpetaja töönädalate arv 36–38 ning tundide arv päevas on umbes 5,0.

(Education Indicators ..., lk 134, 135, 138)

2.3.3 Haridusalane dokumentatsioon

Ontario „Haridusseadus“ (*Education Act 1990*⁵¹) on pikk, 345 artikliga õigusakt, mis koordineerib üldharidust alates koolikohustusliku ea määratlemisest, mõjutusvahendite nimetamisest kuni hariduskorraldusega seotud nõukogude töö korraldamiseni välja.

Dokumentidest on kasutusel:

- Ontario koolid lasteaiast 12. klassini: nõuded (*Ontario Schools Kindergarten to Grade 12: Policy and Program Requirements*) (2011)⁵²
- Ontario õppekava: saavutustasemed (mustand) (2004)⁵³
- Ainekavad⁵⁴
- Hindamine, tagasisidestamine, aruandlus (*Growing Success: Assessment, Evaluation, and Reporting in Ontario Schools – First Edition Covering Grades 1 to 12*) (2010)⁵⁵
- Õpikute loetelu⁵⁶
- jm⁵⁷.

Sellist ühte, koondatud dokumenti nagu on meie „Põhikooli riiklik õppekava“ või „Gümnaasiumi riiklik õppekava“ Ontarios ei ole – informatsioon on jaotatud erinevate haridusministeeriumi materjalide vahel ära (need sisaldavad ühtlasi ka rohkem) ja need moodustavadki kõik õppekava. Osa informatsioonist on küll kirjas ka pikas „Haridusseaduses“, aga selle akti kasutamine on õppetöö planeerimisel ebaoluline, sest sisaldab pigem üldisi hariduskorralduslikke norme.

Edaspidi ei viita sõna *õppekava* kasutamine mitte ühele dokumendile, vaid peamistele, kõige rohkem õppekava „rollis“ olevatele dokumentidele: „Ontario koolid lasteaiast 12. klassini: nõuded“ (*Ontario Schools Kindergarten to Grade 12: Policy and Program Requirements*) (2012) ja „Ontario õppekava saavutustasemed (mustand)“ (2004).

Ainealased tugimaterjalid on leitavad siit:

<http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math.html>

2.3.3.1 Ontario õppekava: saavutustasemed (2004)⁵⁸

Õpetaja peab oma töökava koostamisel püüdma tagada ainekavades ja teistes õppe alusdokumentides toodud oodatavate õpitulemuste (*expectations*) saavutamise (need on esitatud kas põhikooli klassi või gümnaasiumi kursuse lõpus). Erinevused tulevad kõne alla ainult inglise keelt mitte-emakeelena kõnelevate ja hariduslike erivajadustega õpilaste puhul (Ontario õppekava: saavutustasemed, lk 21).

Õppekava/ainekava sisaldab endas nii sisu standardit (*content standard*) kui ka soorituse standardit (*performance standard*).

⁵¹ http://www.e-laws.gov.on.ca/html/statutes/english/elaws_statutes_90e02_e.htm

⁵² <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/os/index.html>

⁵³ <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/achievement/>

⁵⁴ <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/subjects.html>

⁵⁵ www.edu.gov.on.ca/eng/policyfunding/growSuccess.pdf

⁵⁶ <http://www.edu.gov.on.ca/trilliumlist/>

⁵⁷ Vt <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/index.html>

⁵⁸ <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/achievement/charts1to12.pdf>

Sisu standard jaguneb omakorda üldisemateks (*overall expectations*) ja täpsemateks (*specific expectations*) ootusteks, millest esimene kirjeldab laiemalt oskusi ja protseduure, teine täpsustab konkreetsemalt valdkonna, milles õppija neid oskusi demonstreerib. (Täpsemalt vt selle jaotise „Matemaatika ainekava“)

Saavutustasemete tabel on koostatud igale põhikooli ainevaldkonnale ja enamikule gümnaasiumi ainevaldkondadest ning on lisatud iga aine ainekavasse. See on esitatud tabeli kujul, saavutustasemete (*Level 1 ... Level 4*) kaupa ning selle struktuuri hulka kuuluvad teadmiste-oskuste kategooriad (teadmine ja arusaamine, mõtlemine, suhtlemine, rakendamine), kriteeriumid, tunnused, piirangud. (Vt joonis 4.)

Ontario põhikoolis on eristatavad 4 saavutustaset ning koos teadmiste-oskuste neljaks jaotamisega moodustavad need ühtse terviku, mida õpetaja peaks õpetamisel ja hindamisel arvestama. Mainitud struktuur (vt joonis 4) on iga aine kohta sama, veidi erinevad vaid kategooriad ja kriteeriumid. Ainete tasemete kaarte eristab omavahel vaid kategooriate selgitused (joonisel 3 nt *Use of planning skills ...*).

Achievement Chart – Mathematics, Grades 1–8

| Categories | Level 1 | Level 2 | Level 3 | Level 4 |
|--|--|---|---|---|
| Knowledge and Understanding <i>Subject-specific content acquired in each grade (knowledge), and the comprehension of its meaning and significance (understanding)</i> | | | | |
| | The student: | | | |
| Knowledge of content (e.g., facts, terms, procedural skills, use of tools) | – demonstrates limited knowledge of content | – demonstrates some knowledge of content | – demonstrates considerable knowledge of content | – demonstrates thorough knowledge of content |
| Understanding of mathematical concepts | – demonstrates limited understanding of concepts | – demonstrates some understanding of concepts | – demonstrates considerable understanding of concepts | – demonstrates thorough understanding of concepts |
| Thinking <i>The use of critical and creative thinking skills and/or processes</i> | | | | |
| | The student: | | | |
| Use of planning skills – understanding the problem (e.g., formulating and interpreting the problem, making conjectures) – making a plan for solving the problem | – uses planning skills with limited effectiveness | – uses planning skills with some effectiveness | – uses planning skills with considerable effectiveness | – uses planning skills with a high degree of effectiveness |
| Use of processing skills – carrying out a plan (e.g., collecting data, questioning, testing, revising, modelling, solving, inferring, forming conclusions) – looking back at the solution (e.g., evaluating reasonableness, making convincing arguments, reasoning, justifying, proving, reflecting) | – uses processing skills with limited effectiveness | – uses processing skills with some effectiveness | – uses processing skills with considerable effectiveness | – uses processing skills with a high degree of effectiveness |
| Use of critical/creative thinking processes (e.g., problem solving, inquiry) | – uses critical/creative thinking processes with limited effectiveness | – uses critical/creative thinking processes with some effectiveness | – uses critical/creative thinking processes with considerable effectiveness | – uses critical/creative thinking processes with a high degree of effectiveness |

Joonis 4. Ontario saavutustasemete näide, matemaatika

Tase I esindab õpiväljundite saavutatust, mis on oluliselt madalamal tasemel kui provintsi standard ette näeb. Õpilane näitab oma teadmisi ja oskusi piiratud tulemuslikkusega. Selleks, et järgmises klassis olla edukas, tuleb palju vaeva näha.

Tase II esindab standardi saavutatust, mis on provintsi standardiga lähedane. Õpilane näitab oma teadmisi ja oskusi mõningase tulemuslikkusega.

Tase III esindab provintsi standardi saavutatust. Nende õpilaste vanemad võivad olla kindlad, et nende lapsed on järgmiste klasside/kursuste õppetööks valmis.

Tase IV tähistab standardi omandatust väga kõrgel tasemel, selle ületamist, ent ei tähenda täpsemate õpitulemuste saavutamist/ületamist. (Ontario õppekava: saavutustasemed, lk 18)

Lisaks õppekavas kirjeldatud ootustele (*expectations*) peavad õpetajad arendama ka õpioskusi ja tööharjumusi. Õpetajad peavad oma töös juhinduma ministeeriumi poliitikast, mis tähendab tähelepanu pööramist tervisele, turvalisusele, keskkondlikule haridusele, õiglasele ja kaasavale haridusele, põlisrahvuslikule haridusele, karjääri planeerimise oskustele. Tähelepanu tuleb pöörata ka inglise keelt teise keelena õppivatele õpilastele, erivajadustega õpilastele. Kõik 4.–12. klassi ained peavad mingil määral sisaldama rahandusalast kirjaoskust (*financial literacy*).

([Ontario] Growing Success... lk 21, 22)

2.3.3.2 Matemaatika ainekava⁵⁹

Selleks, et matemaatika aitaks õpilastel elus hakkama saada, peavad õpilased arendama klassiruumis matemaatilist mõtlemist, õppima olulisi fakte-oskusi, arendama matemaatiliste protsesside rakendamise oskust ning omandama positiivse matemaatikasse suhtumise. Matemaatika õppimine ei tähenda pelgalt põhioskuste omandamist, vaid annab õpilasele sisuka ja võimsa suhtlemiskeele – matemaatilised struktuurid, operatsioonid ja keel annavad raamistiku ja vahendid arutlemiseks, järeldamiseks ja oma ideede selgeks esitamiseks. (Ontario põhikooli matemaatika ainekava lk 3)

Ülesehitus

Matemaatika ainekava on 138 lk pikk ja õpitulemused on esitatud klasside kaupa. Dokumendis on järgmised üldpeatükid: matemaatika tähtsus, ainekava põhimõtted, matemaatika hariduse vastutus, ainekava ootused, ainekava valdkonnad, matemaatilised protsessid, hindamise põhimõtted, saavutustasemete kaart, lähenemised õpetusel, lõiming, inglise keel teise keelena ja kirjaoskus, mittediskrimineeriv haridus matemaatikas, IKT roll, tervis ja turvalisus, mõistete seletused.

Matemaatika ainekava õpitulemuste osa on jaotatud 5 ainevaldkonnaks:

- arvu tähendus (*Number Sense*) ja loendamine;
- mõõtmine;
- geomeetria ja ruumitaju;
- mustrid (*patterning*) ja algebra;
- andmed ja tõenäosus.

Iga klassi igas valdkonnas on õpitulemused esitatud kahel üldistusastmel: kokkuvõtlikud õpitulemused (*overall expectations*) ja täpsemad õpitulemused (*specific expectations*). Õpitulemuste sõnastamisel ei ole silmas peetud, et iga õpitulemust peab olema võimalik saavutada teistest eraldi – alateemadeks jaotamine peaks aitama õpetajal õpitulemustest paremat ülevaadet saada ja oma tööd paremini planeerida (*ibid*, lk 7).

(Siin töös tähistatakse edaspidi Ontario ainekava täpsemaid õpitulemusi (*specific expectations*) mõistega *õpitulemus*.)

⁵⁹ Kättesaadav: <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math18curr.pdf>

Kui kokkuvõtlikke **õpitulemusi** (*overall expectations*) on iga klassi iga valdkonna kohta 2–3, siis õpitulemusi (*specific expectations*) on 10–18. Järelikult sisaldavad ühe klassi kõik 5 valdkonda kokku vähemalt 50 õpitulemust ja võtavad enda alla umbes 11 lk, kõigi 8 klassi peale on umbes 250 õpitulemust. Õpitulemused on võrreldes Eesti ainekavadega mõistagi ka oluliselt väiksema sammuga; need sisaldavad viiteid õppeprotsessile, kasutatavatele vahenditele, tihti ka näidisülesandeid. Õpitulemuse teevad väiksemasammuliseks muuhulgas ka n-ö piirangud, nt õpitulemuse saavutamine just kahe kümnendkohaga kümnendmurdude puhul, 10 piires, 1000 piires, ainult peast. Kasutatud näited ei ole õpetajale kohustuslikud, vaid mängivad näitlikustavat rolli. Õpetajad võivad sealt valida välja mõned ning keskenduda rohkem vaid neile (lk 7). (Vt õpitulemuste esitust ka lisast 5.)

Lisaks eelmainitule on iga klassi iga valdkonna ees sõnastatud 7 matemaatilist protsessi (*mathematical process*): ülesannete lahendamine (*problem solving*), arutlemine ja tõestamine, peegeldamine, õigete tehnoloogiliste vahendite ja arvutusstrateegiate valimine (*selecting tools and computational strategies*), seoste loomine (*connecting*), informatsiooni esitamine (*representing*) ning ainealaste ideede väljendamine (*communicating*).

Ainekava innustab tehnoloogiate kasutamist (*ibid*, lk 4).

Kui õpilane läheb 9. klassi, siis 9. klassi teemad-ülesanded on väga sarnased 8. klassi omale, et üleminek oleks pehmem (*ibid*, lk 4).

* * *

Programm *Pan Canadian Assessment Program* hindab kõikide provintside ja territooriumide üleselt iga paari aasta tagant kolme suurt valdkonda – matemaatika, loodusteadused ja lugemis-kirjaoskus (rõhuasetus on igakord erinev). Testimise eesmärk on pakkuda provintside ja territooriumidele võimalust hinnata oma õppekavasid ja teada saada, kuivõrd nende hariduskorraldus õpilasi ja ühiskonda toetab. 2010. aastal testiti 8. klasside õpilasi peamiselt matemaatikas ning nende tulemustega on võimalik tutvuda siin: <http://www.eqao.com/NIA/PCAP/PCAP.aspx?Lang=E>.

Tulemustest selgub, et Ontario on üks kahest Kanada piirkonnast, kus saavutati matemaatikas Kanada keskmisest kõrgemaid tulemusi. Lausa 92% õpilastest omandas aine vähemalt tasemel II (s.t nõutud tasemel) ja 50% tasemel III (vt tasemetest lähemalt eelm ptk); Ontario poiste ja tüdrukute keskmised tulemused ei erine. (Pan-Canadian... 2010)

2.3.4 Kokkuvõte Ontario matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga)

Ontario matemaatika ainekava on võrreldes Eesti ainekavaga oluliselt detailsem. Esiteks on õpitulemused esitatud klassiti mitte kooliastmeti, teiseks sisaldab õpitulemus väiksemat „sammu“ ning kolmandaks kirjutatakse õpitulemusse enamjaolt sisse ka õppeprotsess, vahendid, näiteülesanded. Tegemist on sisu poolest äärmiselt süsteemse dokumendiga, kus õpitulemuste järgnevus, raskusaste on väga läbimõeldult kirja pandud. (Vt inglisekeelset lisa 6, kuhu on Ontario ainekavast koondatud kõik õpitulemused, mis on seotud harilike ja kümnendmurdudega.)

Kui Eesti praeguse (matemaatika) ainekava järgi saab tegelikult teha väga palju erinevaid õpikuid nii teemade järgnevuse, meetodika, sügavusastme kui muu osas, siis Ontario ainekava nii suurt vabadust

kindlasti ei anna – see on väga detailselt lahti kirjutatud. Ontario õpikud läbivad ka väga range kontrolli, et need hariduse üldiste ja konkreetsemate taotlustega kindlasti ühtiksid. Kasutada võib ainult neid õpikuid, mis on selle kontrolli läbinud (muu materjali osas ettekirjutusi ei ole).

Sarnase järelduse võib teha ainekava rakendatavusest õpetajate jaoks. Ontario õpetaja tegevus on ainekavaga oluliselt rohkem piiratud kui Eesti õpetaja oma, samas tundub Ontario ainekava järgi olevat õpetada lihtsam – näiteülesanded, õppeprotsess jm on kirjutatud lahti klasside kaupa ning teeb töö planeerimise vähem aeganõudvaks kui Eesti üldsõnaline ainekava. Oppekava.ee lehel olevad valdkonnaraamatud kirjeldavad küll üht võimalikku ainekava tõlgendust, kuid jäävad Ontario õpitulemustega võrreldes kindlasti kordades kidakeelsemaks.

Ontario ainekava on võrreldes Eesti omaga ülispiraalne. Matemaatika on jaotatud viieks valdkonnaks ning iga valdkonna teemadega alustatakse 1. klassis ja lõpetatakse 8. klassis – ühtegi aastat vahele ei jää. Spiraalsus annab võimaluse õppida väiksemate sammude kaupa ning loob paremad tingimused teadmiste verimiseks – uus põhineb vanal, s.t on pidev kordamiseelement. Kohati tundub siiski, et sellise lähenemisega on mindud liiale. Kui see, et 3. klassis ümardatakse kahekohalisi arve kümnelisteni, 4. klassis neljakohalisi 10liste, 100liste ja 1000listeni, 5. klassis kümnendmurde kümnendikeni, tundub mõistlik, siis järgmises näites olev spiraalsus tundub olevat ebavajalik:

- Õpilane õpib arve lugema, esitama, võrdlema, järjestama 1. klassis 50 piires, 2. klassis 100 piires, 3. klassis 1000 piires, 4. klassis 10 000 piires, 5. klassis 100 000 piires, 6. klassis 1 000 000 piires.

Ainekavast jääb mulje, et peastarvutamine ja lihtsate asjade oma peaga lahendamine on prioriteet. Peastarvutamise meetodeid sisaldavad paljud õpitulemused, s.t ühe või teise peastarvutamise meetodi omandamine ongi omaette eesmärk (nt kahekohaliste arvude liitmine-lahutamine). Lisaks sellele, et õpitulemus sisaldabki mingi meetodi õppimist, on umbes 15 õpitulemuse juures väljend *kasutades erinevad peastarvutamise võtteid (using (a variety) of mental strategies)*.

Samamoodi kasutavad Ontario õpilased enne objekti mõõtmist ka selle **hindamist**. Nad õpivad kasutama aja, massi, pikkuse, pindala suuruse mõõtmisel/hindamisel käepäraseid vahendeid ning siis hakkavad objekte võrdlema (1.kl mõõtmine). Eesti ainekavas on selle kohta üks õpitulemus *kasutab mõõtes sobivaid mõõtühikuid, kirjeldab mõõtühikute suurust temale tuttavate suuruste kaudu*.

Ainekava sisaldab palju huvitavaid didaktilisi lähenemisi, huvitavaid õpitulemusi. Nt *Tunneb uurimise tulemusel ära, mis on minimaalsed nõuded kolmnurga joonestamiseks (s.o külg-nurk-külg, KKK, NKN)*. (Nt “Kui on teada ainult üks kolmnurga kül, saab joonestada väga palju erinevaid kolmnurki. Kuid ma saan joonestada ainult ühe kolmnurga, kui on teada kõik kolm külge.”). Seejuures tuleb tähele panna, et kongruentsetest või võrdsetest kolmnurkadest ainekava ei räägi.

Enaktilisus on ainekavasse sisse kirjutatud (vahendid). Õpitulemused sisaldavadki juba lauseosa „..., kasutades käega katsutavaid (*concrete*) vahendeid“ ja/või „..., kasutades pildilist (*pictorial*) esitust“, millest küll viimane viitab õppeprotsessi ikoonilisusele. Samal ajal peavad näiteks 1. klassi õpilased tegema näiteks klassiplaani (kaardi), aga mitte paberil, vaid näiteks liivatahvlil või mingite konkreetsete asjade abil. Rääkimata geomeetriast ja mõõtmisest, siis enaktilisus on ka näiteks murdarve puudutavates õpitulemuste juures:

- Õpilased peavad nn füüsilisest materjalist üheksast neljandikust tekitama 2 tervet ja ühe neljandiku. Või siis veenduma, et 3 neljandikku on suurem kui pool ja väiksem kui terve.

Väga suur tähelepanu on ainekavas loendamisele – üks valdkondadest ongi „arvu tähendus“ (*Number Sense*). Ka Eestis on üks I kooliastme matemaatika pädevustest *Loendab ümbritseva maailma esemeid ning liigitab ja võrdleb neid ühe-kahe tunnuse järgi*, ent Ontario ainekavas kuuluks selle õpitulemuse alla peaaegu terve ainekava valdkond *mustrid ja algebra*.

Õpilased loendavad nt 1. klassis 1, 2, 5, 10 kaupa 100ni, 2. klassis 200ni. Tagasi loendavad 2. klassis 50st või väiksematest tagasi 1 kaupa, 100st või väiksematest tagasi 10 kaupa. Aga loendavad ka 1/10 kaupa, 1/100 kaupa (4. kl, 5. kl). Lisaks tegeletakse objektide, kujundite omaduste (nii matemaatiliste kui ka mittematemaatiliste) omaduste uurimisega ka mustrite võtmes, s.t neid järjestatakse, liigitatakse nende omaduste alusel.

Andmetega opereerimist ja tõenäosusega tutvumist alustatakse juba 1. klassis, kui andmed kogutakse ja esitatakse siis piktogrammi abil (piktogramm on ainekavas väga laialdaselt kasutatud diagrammiliik). Tõenäosus on algelisel kujul olemas samuti juba 1. klassis, kui räägitakse igapäevasündmuste tõenäosuslikkusest (*likelyhood*) ja püütakse neid kirjeldada matemaatilises keeles (*võimatu, ebatõenäoline, vähem tõenäoline, väga tõenäoline, kindel*). Juba teises klassis räägitakse temaatikast sündmuste mõistes (mündi viskamine jm) ning kasutatakse katse-eksitusmeetodit oma algeliste hüpoteeside ilmestamiseks.

Ainekava mainib IKT kasutamist ka õpitulemustes. Mainitud on nii dünaamilise geomeetria (üldosa nimetab nt *The Geometer's Sketchpad*) kui ka dünaamilise statistika tarkvara (üldosa nimetab nt *TinkerPlots*). Esimesena mainitakse dünaamilise geomeetria kasutamist kui ühte võimalust 4. klassi arvutamise teema all: *jätkab ja loob mustreid, mis tekivad peegeldustest, kasutades uurivat meetodit erinevate vahendite abil (nt mustriplokid, dünaamiline geomeetria, punktipaber)*. Geomeetria ja mõõtmise valdkonna juures mainitakse vanemates klassides dünaamilist geomeetria tarkvara kasutamist korduvalt. Põhikooli viimases ehk 8. klassis tutvuvad nad dünaamilise geomeetria (kui ühe võimaluse) abil Pythagorase teoreemiga, konstrueerivad ringjooni jm. Ka dünaamilise statistika tarkvara kasutatakse kõige varasemalt 4. klassis (andmete esitamine diagrammiga), andmete kirjeldamisel ja analüüsimisel kasutatakse seda kõigis järgmistes klassides.

2.4 Singapur

2.4.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta⁶⁰

Rahvaarv: 5,3 milj (2012)

Rahvastikutihedus: 7257 in/km²

Riik: Singapuri Vabariik, 1959. a sai omavalitsuse, 1965. a sai iseseisvuse

Kultuurid: hiinlased 74,1%; malaid 13,4%; indialased 9,2%; teised 3,3%

Riiklikud keeled: alates 1966. a neli ametlikku keelt, esimene keel on inglise keel ja sellele lisanduvad mandariini (hiina), malai ja tamili keeled.

Majandus: SKP elaniku kohta 61 047 USD (2010), Eestis 21 060 USD (2011). Inflatsioon 3,5%, Eestis 3,9% (2012)

Hariduskulutused: 2,8% SKPst (2010), Eestis 6,09% SKPst (2009). 11,5% SKP isiku kohta põhikooli õpilastele; 17,51% SKP isiku kohta keskkooli õpilasele (Eestis vastavalt 25,94% ja 29,59%). Singapur kulutab õpilase kohta algkoolis 6850 USD, keskkoolis 9095 USD (2011)

Õpilaste arv õpetaja kohta: Põhikoolis on ühe õpetaja kohta 17,44 õpilast ja keskkoolis 14,91 õpilast (2009), Eestis vastavalt 11,9% ja 9,44%.

Õpilaste arv klassis: algkoolis on klassi suurus alates 2005. aastast vähendatud 40lt 30le õpilasele. Klassiga töötab korraga 2 õpetajat, üks tegeleb tuge vajavate õpilastega. Keskkoolis on klassis 40 õpilast (20 õpilast tehnoloogia, kodumajandus jt tehnikat vajavad tunnid). Aastaks 2015 on seatud eesmärk langetada ühe õpetaja kohta õpilaste arvu seniselt 15-lt 13-le.

Matemaatika tundide arv nädalas: 4. klassis 5,5 (~22% kõigist ainetest), 8. klassis 3,0 (13% kõigist ainetest, riiklik nõue) ja 3,8 (13% kõigist ainetest, koolide praktika). Eestis mõlemad 3,0. (2007)

Asukoht PISA 2009 matemaatika tabelis vastava saavutustaseme omandanud õpilaste järgi (%-des)

| Saavutustase | Singapur | Eesti | Kõikide riikide keskmine |
|-----------------|-----------|------------|--------------------------|
| 2–6 e nullnivoo | 6. (90,2) | 10. (87,4) | 27. (78,0) |
| 3–6 | 3. (77,1) | 14. (64,6) | 23. (56,0) |
| 4–6 | 2. (58,4) | 17. (34,7) | 23. (31,6) |
| 5–6 | 2. (35,6) | 22. (12,1) | 21. (12,7) |
| 6 | 2. (15,6) | 27. (2,2) | 22. (3,1) |

2.4.2 Haridussüsteem

Singapuri õpilased on koolikohustuslikud 6 eluaastast 16-aastaseks saamiseni. Kooliaasta algab tavaliselt 2. jaanuaril ning kes pole sündinud 1. jaanuaril, siis need selleks hetkeks 6- aastased lähevad kooli. Seaduse järgi on kohustuslik 6-klassiline põhikool (*Primary School*), aga reeglina käiakse ka neli aastat keskkoolis. Kui laps eirab koolikohustust, siis karistatakse lapsevanemat või hooldajat kuni 5000SD (Singapuri dollarit) või kuni aastase vangistusega. Haridus on üldiselt tasuta, kuid siiski on

⁶⁰ Kasutatud on järgmisi allikaid:

[Singapur] Department of Statistics Singapore, Eurostat 2012, Singapore in... 2012, Kiat 2009, Global Finance 2012, OECD 2011, [Singapur] Our Education..., Trading Economics (2012), Puksand jt 2010

vanematel vaja teha mitmesuguseid kulutusi: algkoolis on vahendite makse suurus 5.50 SD ja keskkoolis 8 SD kuus, välja ostetakse õpikud; eksamimakse (6. ja 10. klassi lõpus).

Erineva puudega lastele on olemas 20 erikooli (eraldi nägemis- või kuulmispuue, autistidele). Nendele lastele on võimalik taotleda ka Edusave programmist toetusi. Lisaks on olemas spordikooled. Teatud koolides on andekate õpilaste tarvis algatatud vastav programm (Gifted Education Programme). ([Singapur] Special...)

On olemas puhtaid põhikooli ja puhtaid keskkooli, aga ka eelmiste ühendeid. Koolid töötavad enamasti kahes vahetuses – 7.30-13.00 ja 13.00-18.30, kuid riigil on soov minna alates 2016. a üle ühes vahetuses töötavatele koolidele. (INCA)

Kooli direktoril ja juhtkonnal on küllalt suur otsustusõigus, kuid viimase trendina soovitakse sarnaseid kooli ühendada 13-15 kaupa klastritesse, millel oleks oma superintendent. Sellega soovitakse, et õpetajad saaksid teha veelgi tõhusamalt koostööd.

Kuna esimeseks keeleks on inglise keel, mis erineb emakeelest, siis on esimese klassi õpilastel võimalik kasutada tugiopetajat. Alates 5. klassist on võimalik õppida vastavalt õpilase edasijõudmise kiirusele, selleks on loodud erinevad ainekavad kiirematele ja aeglasematele õpilastele.

| Vanus/ Riik | Singapur (kooliaste, klass) | Eesti (kooliaste, klass) |
|----------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 6 a | Põhikool, 1. | |
| 7 a | PK, 2 | I 1. klass |
| 8 a | PK, 3 | I 2. klass |
| 9 a | PK, 4 | I 3. klass |
| 10 a | PK, 6 | II 4. klass |
| 11 a | Keskool, 1 | II 5. klass |
| 12 a | KK, 2 | II 6. klass |
| 13 a | KK, 3 | III 7. klass |
| 14 a | KK, 4 | III 8. klass |
| 15 a | | III 9. klass |
| 16 a | | G 10. klass |
| 17 a | | G 11. klass |
| 18 a | | G 12. klass |

Täpsemalt saab lugeda haridusmaastiku kohta haridusministeeriumi interaktiivselt skeemilt⁶¹, vt joonis 5.

⁶¹ <http://www.moe.gov.sg/education>



Joonis 5. Singapuri haridussüsteem.

Kooliaasta algab 2. jaanuaril ja kestab 40 nädalat (Eestis 35 nädalat). Pikem koolivaheaeg on novembris- detsembris ja teised on 2-nädalased vaheajad. Koolitund kestab põhikoolis 30 minutit ja keskkoolis sõltuvalt koolist 35–40 minutit. Koolinädala pikkus on igale klassile riiklikult sätestatud, nt matemaatikat on 1.-4. klassis ca 20% nädalakooormusest ning matemaatikat on (INCA):

1. klassis 7 koolitundi (Eestis 3×45 min. $SG-EE=210-135=75$ min)
2. klassis 9 koolitundi (Eestis 3×45 min. $SG-EE=270-135=135$ min)
3. klassis 11 koolitundi (Eestis 4×45 min. $SG-EE=330-180=150$ min)
4. klassis 11 koolitundi (Eestis 4×45 min. $SG-EE=330-180=150$ min).

Eestpoolt on näha, et Eesti lapsed kulutavad algklassides matemaatika õppimisele õpetaja käe all oluliselt vähem aega. Siiski tuleb silmas pidada, et Singapuri lapsed saavad suurel määral keelekümblust, kuna õpetust jagatakse inglise keeles.

5.–6. klassis on sõltuvalt harust 10–11 koolitundi matemaatikat nädalas. Harud on EM1, EM2 ja EM3. Näiteks EM2 harus korratakse varasematest 1.-4. klassist kõige olulisemat lisaks. EM3 oli vanasti see haru, kust mindi kutseõppeasutustesse, kuid nüüd julgustatakse valima ka neil õpilastel mõni oma tugevam aine, milles teha põhikooli lõpueksam.

Keskkoolis on kolm erinevat haru matemaatika õppimiseks ning matemaatikat on nädalas 6–9 koolitundi (pikkusega 35-40 minutit). Seega keskkoolis on matemaatika kontakttundide arv võrreldav sellele, kui palju kulutatakse aega Eestis.

Tasemetööd ja eksamid. Kool korraldab põhiainetes (inglise keel, emakeel, matemaatika ja loodused) 4. klassi lõpus testimise, mille alusel 5.-6. klassis soovitatakse valida haru (EM1-EM3). Ülesandeid testimiseks võidakse anda ka tsentraliseeritult.

Põhikooli lõpus toimub tavaliselt neljas põhiaines (inglise keel, emakeel, matemaatika, Science) nn **PSLE** põhikooli lõpueksamid (hinded A*, A, B, C, D, E ja U(ngraded)). Kool otsustab siinkohal mis taseme (haru) eksami laps teeb. Kui aastal 1999 sooritas eksami ca 90%, siis 2009 juba ca 98% õpilastest (INCA, Singapur). 2012. aastal tegi 63% õpilastest nõ kiirema haru eksami ja võivad keskkoolis jätkata õppimist nõ kiiremas harus, 23% saaksid õppida nn normaalses (Akadeemilises) harus ja 11% normaalses (Tehnilises) harus. Pisut enam kui 2% õpilastest lõpueksami ei sooritanud ja nad peavad kas kordama 6. klassi või võtma lisa-aasta mingil muul viisil.

Käimas on mitmeid projekte. Näiteks⁶²:

- Andekate õpilaste programm (Gifted Education Programme),
- Kooliväliste tegevuste programm (Co-Curricular Activities) ,
- Projektõppe programm (Project Work) jmt.

Kuna paljud koolimajad on ehitatud 20–30 aastat tagasi, siis on alustatud nende kaasajastamist iga mõttes (**Programme for Rebuilding and IMproving Existing schools (PRIME)**⁶³), kuna ministeeriumil on sõnastatud 21. sajandi Singapuri hariduse visioon „**Thinking Schools, Learning Nation**”.

Kuna osaliselt on vanematel seoses laste koolis käimisega rahalisi kohustusi, siis on olemas mitmeid riiklikke meetmeid. Üheks selliseks on fond nimega **Edusave** (<http://www.moe.gov.sg/initiatives/edusave/>). Fondil on mitmeid eesmärgi. Esiteks toetatakse selle kaudu nende perede lapsi, kus leibkonna liikme kohta on sissetulek väiksem kui 625 SD. Lapsed (vanemad) ei pea õpikute ega õppevahendite kuumaksu pärast muretsema. Teiseks, fondi kaudu premeeritakse õpilasi. Nt on 1.-3. klassi **hea käitumisega lapse preemia** (2% oma kooli õpilastest) 200 SD; 4.–6. klassi õpilastel 350 SD. **Hea õppe edukuse preemia** vaesematest peredest 4.-6. klassi õpilasele kui kuulub TOP25% on 250SD. Ja veel mitmeid erinevaid preemiaid. Sellele fondile, Edusave, pani riik aluse aastal 1993, kui panustati 1 000 000 000 SD ning 1997. a jõuti 5 miljardi dollarini. Edasi on hakatud tegema fondist väljamakseid.

Õppevara toodetakse nii riiklikult, kui ka erakapitali poolt. Kõik õpikud retsenseeritakse ja kinnitatakse tavaliselt 5 aastaks HM poolt ning kantakse riiklikult kinnitatud õpikute loendisse. Koolijuhil ja/või õpetajal on vaba voli valida meelepärane õppevara riiklikust nimekirjast. Aga Singapuris ei ole õpik, vaid peaski rääkima õppevarast, mis koosneb õpilase ja õpetaja raamatust (viimasel metoodilised juhendid ja lisamaterjal), töövihikust, lüümikutest (põhikool), audio-videomaterjalist ning keskkooli jaoks ka multimeedia vahenditest. Seega terve pakett.

2.4.3 Haridusalane dokumentatsioon

- Kohustusliku koolihariduse määrus, ptk 51 (2003).
<http://statutes.agc.gov.sg/aol/search/display/view.w3p?page=0;query=DocId%3A%2245ae5cd5-4eb4-41fd-a649-69cb72d46f55%22%20Status%3Ainforce%20Depth%3A0;rec=0>

⁶² <http://www.moe.gov.sg/education/programmes/>

⁶³ <http://www.moe.gov.sg/initiatives/prime/>

- Haridusseadus ptk 87 (1985, viimane uuendus 2009).
<http://statutes.agc.gov.sg/aol/search/display/view.w3p?page=0;query=DocId%3A%22acab79b8-6671-4ed8-a984-4eb09060e314%22%20Status%3Ainforce%20Depth%3A0;rec=0>
- Erinevate ainete ainekavad <http://www.moe.gov.sg/cpdd/syllabuses.htm>
- Haridusministeerium: <http://www1.moe.edu.sg/>
- Õpetajakoolitusega tegelev kõrgkool (National Institute of Education): <http://www.nie.edu.sg/>

Põhikooli õppekava on kujutatud kolmes kontsentrilises ringis. Tuuma moodustavad eluks vajalikud oskused. See on mitteamakadeemiline osa. Singapuri õpilastest peavad kasvama vastutustundlikud täiskasvanud ja aktiivsed Singapuri kodanikud.

- Keskmises ringis on õpioskused. Õpilased arendavad oma mõtlemise ja suhtlemise oskuseid. See võimaldab õpilastel analüüsida ja kasutada informatsiooni ning olla võimelised väljendama oma ideid ja arvamusi selgelt ja efektiivselt. See on seotud ka oskusainetega.
- Välimises ringis on erinevad õppeained, nagu keeled, humanitaar- ja kunstained ning reaalsused. See peab tagama õpilaste mitmekülgse vundamendi edaspidisteks õpinguteks.



Joonis 6. Singapuri põhikooli õppekava.

Õppekava on jaotunud ainegruppideks:

- [Aesthetics, Health and Moral Education](#) (Tervis, moraal, esteetika: nt kehaline kasvatus, kunstiained, terviseõpetus, kodumajandus jt)
- [Humanities](#) (sotsiaalsed, geograafia)
- [English Language and Literature](#) (inglise keel ja kirjandus)
- [Mother Tongue Languages](#) (emakeel)
- [Sciences](#) (matemaatika, loodused, tehnikaained, disain, arvutiõpetus)

Igal ainel on oma ainekava.

On erinevaid allikaid, kust leida varasemaid põhikooli lõpueksameid. Järgmiselt aadressilt saab Singapuri paremate koolide koostatud põhikooli lõpueksamite ülesandeid (2011. a). Lisaks leiab samast ka klasside lõpus toimunud testide ülesandeid (mitteametlik allikas: <http://www.java-samples.com/testpapers/p1/>)

Erinevate riiklike programmide tutvustused (Andekate laste projekt jt), Riiklikud programmid: <http://moe.gov.sg/education/programmes/>

Leidub toetavaid lehekülgi (<http://algetools.moe.edu.sg>), millele kahjuks ei ole ligipääsu.

2.4.3.1 Riiklik õppekava

Võib aru saada, et õppekava on esitatud läbi skeemi. Seal oli kirjeldatud õppekava kolm tasandit või ringi. Nende kolme eesmärgi edasiviimiseks õpilasteni on viis gruppi ainekavasid. Igal ainekaval on toodud selle eesmärgid, mis lähtub omakorda mõnest skeemist ja seal olevate mõistete lahti-seletamisest. Väärtustatakse väärtuskasvatus, häid kombeid. Neil on ka uhked õpiväljundid.

| Algkooli lõpetaja | Põhikooli lõpetaja | Gümnaasiumi lõpetaja (<i>post secondary</i>) |
|------------------------------|---|---|
| Tunneb ja armastab Singapuri | Usub (<i>believe in</i>) Singapurisse ja mõistab, mis on Singapurile oluline (<i>what matters to Singapore</i>) | On uhke singapurlane ning mõistab/ saab aru Singapurist maailma kontekstis (<i>understand Singapore in relation to the world</i>) |

St üldeesmärgid on ambitsioonikad. Kui meie nõukogude- aegse retoorikaga harjunud inimesed võtavad sedalaadi teksti loosungitena, siis tundub, et Singapuri õpetajad, aga ka õpilased ning lapsevanemad teevad tõsiselt tööd selle nimel, et olla tõepoolest maailma parimad. Ja see arusaam võib osutada olulisemaks edu tagajaks kui ainekava sisu.

2.4.3.2 Matemaatika ainekava

Matemaatika ainekava viimane versioon on pärit aastast 2007. See on ilmutatud eraldi põhikooli ainekavana (1.–6. klassile) ja keskkooli matemaatika ainekavana (keskkooli 1.–4. klassile). Ainekavad on sarnase ülesehitusega

(Põhikoolile - <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-primary-2007.pdf>)

(Keskkoolile - <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-secondary.pdf>)

Ainekava koosneb kahest osast:

- A-osas on tutvustatud ainekava filosoofiat ja raamistikku.

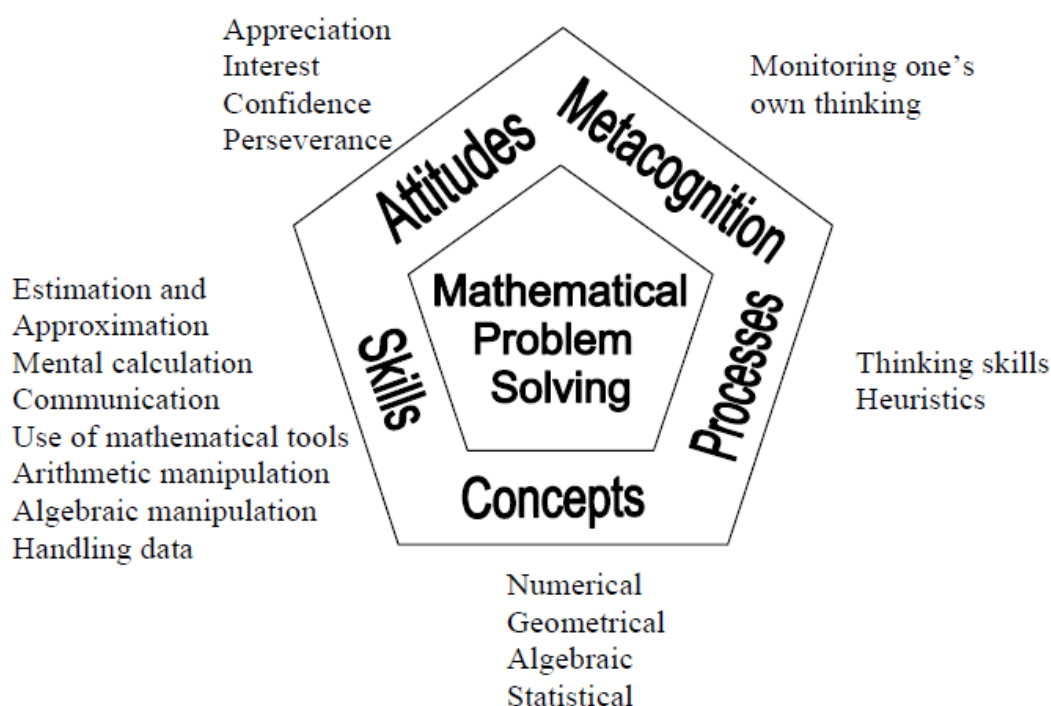
- B-osas on õppesisu, mis põhikooli nooremas osas on kirjeldatud sellise detailsusega, et on tajutavad ka õpitulemused.

Põhikooli ainekava on lahti kirjutatud klassiti. Keskkooli ainekavas on nõ 7. ja 8. klassi õppesisu klassiti, kuid 9.-10. on kirjeldatud ühendatud ühte.

Õpetajale on riiklik ainekava raamistikuks ja aluseks, kuidas planeerida oma tööd koolis. Ta ei pea järgima täpselt seda järjekorda, kuidas on kirjutada ainekava, kuid peab silmas pidama hierarhiat ning seoseid.

Järgmisena oleks **A-osa** tutvustus põhikooli ainekava baasil.

Esiteks räägiti ainekava eesmärkidest ja matemaatika kui õppeaine üldistest eesmärkidest. Matemaatika üldised 8 eesmärki olid põhikoolile ja keskkoolile sõnastatud praktiliselt ühtmoodi. Eesmärgid: vajalikud oskused, et saada hakkama igapäevases elus; arendada välja oskused ja teadmised kuidas omandada ja rakendada matemaatika kontseptsioone; arendada õpilasel probleemide lahendamise ja püstitamise oskust; matemaatikas IKT vahendite ja kalkulaatori kasutamine jne. Mis on meie ainekava sissejuhatusega küllalt sarnane, vt joonis 7.



Joonis 7. Singapuri koolimatemaatika raamistik. ([Singapur] Põhikooli..., lk 6)

See mudel oli ainekavas järgneval kolmel leheküljel lühidalt, aga piisavalt põhjalikult lahti seletatud.

B-osa algab üheleheküljelise loeteluga põhikooli programmi eesmärkidest. Alustatakse nt

- Arendada arusaamist järgmistest matemaatika valdkondadest nagu Aritmeetika, Algebra, Statistika, Geomeetria.
- Nautida matemaatika õppimist läbi paljude erinevate tegevuste.

Ainekavasid iseloomustas see, et ei olnud näidatud neid kohti, kus või kuidas peaks kasutama arvutiprogramme. Küll oli selge, kus ja kuidas kasutatakse taskuarvutit 5.-6. klassis. Oli öeldud, et taskuarvutite kasutamisel on põhjendatav:

- kalkulaatori kasutamisega saavutatakse parem tasakaal arvutusoskuste ja probleemi lahendamise oskuse vahel;
- laieneb õpetamismeetodite repertuaar, saab rakendada avastavat lähenemist, proovimist autentsetes situatsioonides;
- aitab õpilasi, eriti neid, kellel on raskuseid matemaatikas, olla enesekindlamad matemaatika rakendajad.

Soovitati omandada kohe teaduslik taskuarvuti, mida saaks hiljem ka keskkoolis kasutada.

Õppesisu on hästi liigendatud ja vormistatud tabeli kujul. Selle detailsuseaste meenutab väga seda, kuidas Eesti ainekava põhjal on koostatud õppeprotsessi kirjeldus valdkonnaraamatus *Matemaatika*.

Järgmisel leheküljel (joonis 8) on kaks **lehekülge põhikooli matemaatika ainekavast**. See kolmanda klassi ainekava esimene lehekülg. Kujundus on lakooniline. Vasakpoolses veerus on valdkonnad ja selle alateemad:

Naturaalarvud: arvud 10000-ni; liitmine ja lahutamine; korrutamine ja jagamine; peast arvutamine.

Harilikud murrud: Võrdsed murrud; (järgmisel leheküljel) liitmine ja lahutamine.

Teises veerus on kirjeldatud õppesisu, kuid sellest aimub ka ulatus. Ilmselt selletõttu, et on toimunud ainekava muudatus, kus mõnevõrra õppesisu kärbiti või õgvendati, siis on eraldi välja toodud piirina see, mida selles klassis ei õpetata.

Harilike murdude juures on näiteks öeldud, et antud murdudel ei tohi nimetaja olla suurem kui 12. See tingimus on korratud ka järgmisel leheküljel, kus räägitakse murdude liitmisest-lahutamisest. Muide piirang jääb jõusse veel ka 6. klassis nende ülesannete jaoks, kus arvutusi tehakse kalkulaatorita.

Kui arvuhulka on laiendatud või õpitakse nendega uusi arvutama, siis on lisatud see, kui keerulisi tekstülesandeid sealjuures lahendatakse. Siin oli naturaalarvude liitmise ja lahutamise juures öeldud, et lahendatakse 2-tehtelisi tekstülesandeid kus on vaja liita-lahutada. Allpool on naturaalarvude korrutamine-jagamine, seal on lubatud koguni 2-tehtelised tekstülesanded kõigile neljale põhitehtele.

Ainekava lisaks veel, et siin ei ole näidatud seoseid teiste ainetega või üldpädevustega. Meil on ainekavas mõnes kohas seotud nt liiklusohutuse temaga või näidatud, kus peaks kasutama dünaamilise geomeetria programmi. Selles suhtes on Singapuri ainekava sõnastatud vägagi ainekeskselt.

Kui muidu tunduks see lehekülg olema küllalt omane, siis meie ainekavaga kõrvutades on üks võõras mõiste – arvumuster. Arvumustritest räägitakse siin naturaalarvude teema juures, selle lähedal on kohe paaris- ja paaritud arvud.

6.3 PRIMARY 3

| Topics/Sub-topics | Content |
|-----------------------------|--|
| Primary 3 | |
| 1 WHOLE NUMBERS | |
| Numbers up to 10 000 | Include: <ul style="list-style-type: none"> number notation and place values (thousands, hundreds, tens, ones), reading and writing numbers in numerals and in words, comparing and ordering numbers, odd and even numbers, number patterns. |
| Addition and subtraction | Include: <ul style="list-style-type: none"> addition and subtraction of numbers up to 4 digits, use of the terms 'sum' and 'difference', solving up to 2-step word problems involving addition and subtraction. |
| Multiplication and division | Include: <ul style="list-style-type: none"> building up the multiplication tables of 6, 7, 8 and 9 and committing to memory, use of the terms 'product', 'quotient' and 'remainder', multiplication and division within the multiplication tables, division with remainder, multiplication and division of numbers up to 3 digits by 1 digit, solving up to 2-step word problems involving the 4 operations. |
| Mental calculation | Include: <ul style="list-style-type: none"> addition and subtraction involving two 2-digit numbers, multiplication and division within the multiplication tables. |
| 2 FRACTIONS | |
| Equivalent fractions | Include: <ul style="list-style-type: none"> recognising and naming equivalent fractions, listing the first 8 equivalent fractions of a given fraction, writing the equivalent fraction of a fraction given the denominator or the numerator, expressing a fraction in its simplest form, comparing fractions with respect to half, comparing and ordering unlike fractions. <p>(Denominators of given fractions should not exceed 12.)</p> |

| Topics/Sub-topics | Content |
|--------------------------|---|
| Primary 3 | |
| Addition and subtraction | Include addition and subtraction of two related fractions within one whole. (Denominators of given fractions should not exceed 12.) |
| 3 MEASUREMENT | |
| Length, mass and volume | Include: <ul style="list-style-type: none"> measurement of <ul style="list-style-type: none"> length in kilometres (km), volume of liquid in millilitres (ml), measurement of length/ mass/ volume (of liquid) in compound units, conversion of a measurement in compound units to the smaller unit, and vice versa, <ul style="list-style-type: none"> kilometres and metres, metres and centimetres, kilograms and grams, litres and millilitres. solving word problems involving length/ mass/ volume/ capacity. <p>Exclude the 4 operations and word problems involving compound units.</p> |
| Time | Include: <ul style="list-style-type: none"> telling and writing time to 1 minute, use of the terms 'past' and 'to', e.g. '10 minutes past 5' and '15 minutes to 12', measurement of time in hours and minutes, conversion of time in hours and minutes to minutes only, and vice versa, finding the duration of a time interval, finding the starting time/ finishing time, solving word problems involving addition and subtraction of time given in hours and minutes. |
| Money | Include: <ul style="list-style-type: none"> addition and subtraction of money in decimal notation, solving word problems involving addition and subtraction of money in decimal notation. |

Joonis 8. Singapuri põhikooli (3. kl) matemaatika ainekava (lk 18, 19).

Kuivõrd ainekavas on õppeprotsess kirjeldatud klasshaaval, siis näeme, et korrutustabelit ei õpita Singapuris ilmselt ühes klassis, vaid kahes. Muide selline teemade mitme klassi vahel hajutamine ja tasahilju õpetamisega paistab Singapuri ainekava üldse silma. Nii on harilike murdudega tutvumine ja positiivsete harilike murdudega arvutamine hajutatud koguni ajavahemikule 2.-6. klass. Meil on sellele üks kooliaasta. Hajutatud protsentarvutuse õppimine. Ühes klassis õpitakse kuidas leida protsent arvust ja järgmises klassis siis teised kaks tüüpprobleemi. Protsentarvutus on ka meie uues ainekavas samal viisil hajutatud, aga aimu saame sellest tänu kooliastmete piiri sobivale hetkele. Lihtsaim küsimus õpitakse meil II kooliastmes (vaikimisi 6. klassis) ja edasi tegeletakse protsentülesannetega põhjalikult III kooliastmes (õppeprotsessi kirjelduse põhjal 7. klassis).

2.4.4 Kokkuvõte Singapuri matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga)

Singapuri matemaatika ainekava on nimetatud **Singapuri meetodiks**. Seda meetodit kasutatakse matemaatika õpetamisel USAs, Iisraelis ja paljudes teistes riikides. Singapuri meetod sai alguse 1980-ndatel, kui teaduslike artiklite uurimisel selgitati välja, kuidas on kuskil matemaatikat õpetatud. Sellest rafineeriti oma ainekava, mida on aja jooksul järjest kohendatud. Õpetaja eesmärk on süstida matemaatilist mõtlemist. Tunnis ei ole **eesmärgiks** saada õige vastus, vaid aidata õpilastel mõista, **kuidas matemaatilist probleemi lahendada**. Singapuri Mudel Meetod on selline, kus suur panus on **visualiseerimisel**, et õpilased mõistaksid matemaatikat. Skeemis on *Enaktiline – Ikooniline – Sõnalis-sümboolne mudel* (concrete-pictorial-abstract model), mida seal kasutatakse, põhineb sellel, et mõista kuidas lapsed matemaatikat õpivad, mitte niivõrd matemaatikat kui võõrkeelt. Õpetajad võtavad edasi isegi vähem materjali kui muudes riikides, kuid seda sügavamalt seda mõistetakse. (OECD 2011, Singapur).

Samas allikas on toodud näide, kuidas Singapuri ametnikud külastavad erinevate riikide koolitunde ja koguvad sealt ideid mida adapteerida. Nad on **adapteerimise meistrid** – igalt ühelt on midagi õppida, see miski tuleb vaid leida.

OECD⁶⁴ poolt tugevate haridussüsteemide reflekteerimiseks loodud video, kus Singapuri haridustegelased kiidavad oma õpetajaid ja räägivad oma õpihimulisest ja toetavast õpetajaskonnast. Lisaks on sel märgitud üheks edu põhjuseks väga heade tudengite saamist õpetajakoolitusse (TOP 10% seast). Riigil on visioon ja kõik kodanikud töötavad selle nimel. (Meie loosung saada Euroopas TOP 5 sekka ei ole sel kombel rahvani jõudnud.)

Olulisemate muudatustena hariduselus tuuakse välja õppijate eripära senisest suurem arvestamine, et aidata igal õppijale oma andeid leida ja neid realiseerida. Ka Singapur on väike riik, kus pole suurt maavaralist rikkust. Esikohal on nende inimesed. Haridusministeeriumi eesmärk pole sõnastatud millegi vähemana, kui: „Julgustada eriannetega õpilasi võimalikult kõrgetele saavutustele (*to encourage those with special talents to go as far as they can*)“. Selleks pakutakse õppekavades suuremat varieeruvust, näiteks lubatakse koolidel kasutada 0-kursuste süsteemi ja on loodud spetsiaalsed spordikoolid, aga ka matemaatika-loodusteaduste suund. ([Singapur] Nurturing...)

Silma torkas, et Singapuri põhikoolis (võrreldav meie algkooliga) tegeletakse väga tõsiselt ja metoodiliselt arvutamise ja mõõtmise õppimisega. Seda tehakse tasahilju, kui võtta aluseks arvutamise

⁶⁴ OECD – Strong Performers and Successful Reformers in Education, Singapore:
http://www.youtube.com/watch?v=a4EOUvX4QM0&feature=player_embedded

keerukus, kuid samas võivad seal olla küllalt keerulised tekstülesanded. Nad on toonud õppetöösse vahendina kalkulaatori 5.–6. klassis. See aitab ilmselt arvutada nt segaarvudega või ka vajadusel murdudega, millel on suuremad nimetajad kui 12. Samuti on **hajutatud mitme õppeaasta peale** mõõtmise ja mõõtühikute teisendamise teema.

Kui ainekava on klasshaaval lahti kirjutatud, siis on selgem õpetamisprotsess ja järgnevus, millal ja kui palju õpetada. Annab suuniseid ka õppevara loojatele, et ei saa ühe kooliaastaga imet teha, ei ole ka vajadust.

Kuigi meie õpikutes leidub üksikuid näiteid, mida saaks liigitada mustrite rubriigi alla, siis see on üks teema, mida tasuks tõsiselt kaaluda, et teistelt üle võtta. Mustrid aitavad uurida arvuhulkade omadusi, on eeltöö algebrale. Selle abil ei pruugi tõestada, aga saab oma kogemustest õppida. Saab siduda kujundeid ja arve jne. See võib olla üks vahend, mida tasub uurida.

Pisut rohkem on Singapuri põhikoolis tegeletud ruumitaju arendamisega- kujundite pööramine, lüke, peegeldamine sirge ja punkti suhtes.

Huvitav oli see, et mõnes kohas on selge, et **õpetuse tase määratakse paremini ära**. Kui meil õpilased leiavad kolmnurga ja ristküliku pindala, siis Singapuris on öeldud, et osatakse leida kujundi pindala, mille saab jaotada kolmnurkadeks ja ristkülikuteks. Singapuris ongi erinevus selles, et ristküliku ja kolmnurga pindala leidmine on seotud mõõtmisega. Seega nad ilmselt kasutavad sellise keerukama kujundi pindala või ka ümbermõõdu leidmiseks mõõtejoonlauda, mitte ülesandele või joonisele märgitud andmeid. Meil on selline pindala arvutamine ja ümbermõõdu leidmine geomeetria teema all. Seega meil peab kuidagi põhjendama, miks üks külg on selline kui teine on selliste tingimustega – sünteetiline geomeetria. Siitki tulevad välja erinevad rõhuasetused. **Nende põhikooli geomeetria on rakenduslikum**. Ainekavast on näha piirid, millest keerulisemaid ülesandeid ei lahendata.

Üks märkus, et Singapuri põhikooli ainekava esimeses viies klassis ei olnud märgset muutuva või tähe kasutamisele, ammugi siis juttu võrrandeist. Esimesed kokkupuuted algebraga tehakse 6. klassis. Aga keskkooli esimeses klassis tegeletakse võrranditega juba tõsiselt.

Keskkoolis oli Singapuris kahjuks ühte koondatud 9. ja 10. klassi materjal. Seetõttu oli raske hinnata, kuhu nad võiksid jõuda 9. klassiga. Aga tundus, et nad jõuavad 10. klassiga ligikaudu samale maale, kuhu meil tavaliselt 10. klassiga. Singapuris tegeletakse keskkooli viimases kooliastmes mitmete meie gümnaasiumi teemadega: astme- ja eksponentfunktsiooni graafik, siinus- ja koosinusteoreemi kasutamine kolmnurga lahendamisel, tehted hulkadega, tehted 2D vektoritega (va skalaarkorrutis). Aga seal oli ka meile tundmatu teema – lihtsamad tehted maatriksitega.

Singapuri ainekavast ei jäänud silma, et õpilased peaksid õppima teoreeme tõestama. Nad peavad õppima tulemusi hästi ja erinevates situatsioonides rakendama. Tõestamist saab teha kahel kombel, üks on selline, kus püütakse põhjendada, nt vaadata mitmeid näiteid, uurida mustreid ja sealt püstitada hüpotees. Jääb vaid katseline kontroll.

Mida Singapurist õppida?

Tasa sõuad ja kaugele jõuad. See vanasõna iseloomustab Singapuri põhikooli matemaatikat. Pikema aja jooksul õpitakse selgeks arvutamise tõesed ja kõike uut rakendatakse kohe tekstülesannete lahendamisel. Erinevate oskuste kujundamine ja *voolimine* pikema aja kestel.

Kahtlustan, et ainekavast ei olegi nii palju õppida, pigem on vaja vaadata, kuidas õpetajad töötavad tunnis, kuidas õpilased kuulavad ja kaasa töötavad. Ainekavade kohta öeldakse, et üks on kirjutatud ainekava ja teine on enaktiline ainekava ehk see, mis jõuab või mida kogeb õpilane tegelikult. Sellise kogemuse saamiseks, mis toimub tegelikult koolitunnis, on olemas nt võrdlusuuringu TIMSS raames tehtud tundide videod (neid on kasutatud TÜs matemaatika õpetajate ettevalmistusel, ent on kahjuks enam kui 10 aastat vanad).

Singapuris saavad õpetajateks parimad tudengid. Seal on omad ohud, mida on kogenud soomlased, et parimad tudengid ei suuda laskuda nõrkade õpilaste tasemele.

Õpetajate täiendkoolitus ja pidev areng. Seeniorid õpivad nooremalt IKT vahendite kasutamist, aga noored on 3 aastat selli seisus ja kohtuvad regulaarselt oma mentoriga.

2.5 Uus-Meremaa

2.5.1 Lühinäitajad riigi ja selle hariduse kohta⁶⁵

Rahvaarv: 4,37 mlj (2007)

Rahvastikutihedus: 15 in/km²; rohkem kui 2/3 rahvastikust elab 16 peamises linnapiirkonnas (linnastumine) (Eesti rahvastikutihedus 30,9)

Riik: iseseisvus 1907, kuulub Briti Ühenduse koosseisu

Kultuurid: maoori ja Euroopa päritolu. Arvatakse, et järgmise viie aasta jooksul samastab ennast mitme rahvuse ja mitteeuroopa päritoluga umbes pool kõigist kooliealistest lastest.

Riiklikud keeled: maoori, *de facto* ka inglise keel

Majandus: 1990ndatest kuni 2007. aastani oli Uus-Meremaa majandus väga tugevalt tõusuteel – nende SKP tõusis keskmiselt 3,5% aastas. SKP ühe elaniku kohta – 29 813 USD (PPP, 2010), Eestis sama näitaja 20 608 USD (PPP)

Hariduskulutused:

SKPst 7,24% 2010. a ja 6,42% 2009. a; Eestis 2009. a 6,09%

Õpilase kohta mittekõrghariduses: 6495,6 USD (PPP), Eestis 6053,8 USD (PPP) (2008)

Õpilase kohta kõrghariduses: 10 526,1 USD (PPP), Eestis 5780,0 USD (PPP) (2008)

Õpilase kohta põhikoolis, SKPst: 17,85%, Eestis 27,84% (2009)

Õpilase kohta gümnaasiumis, SKPst: 18,72%, Eestis 32,98% (2009)

Haridusosalus: 85% õpilastest käib riigikoolis (*state school*), 4% erakoolides ja 11% riikliku haridussüsteemiga lõimitud⁶⁶ (*state-integrated*) koolides

Õpilaste arv ühe õpetaja kohta: põhikoolis 14, gümnaasiumis 15 (2010). Eestis õpilaste arv õpetaja ametikohta kohta põhi- ja keskkoolis 12,0 (2011/2012).

Matemaatika tundide arv nädalas: 4. klassis 3,8 (16% kõikidest ainetest). Eestis 3,0 (2007)

Matemaatika on Uus-Meremaal populaarne aine – 4. klassi ainete hulgas on populaarsuselt 2. ja 8. klassi ainete hulgas populaarsuselt 3.⁶⁷

Asukoht PISA 2009 matemaatika tabelis vastava saavutustaseme omandanud õpilaste järgi (%-des):

| Saavutustase | Uus-Meremaa | Eesti | Kõigi riikide keskmine |
|-----------------|-------------|------------|------------------------|
| 2–6 e nullnivoo | 14. (84,6) | 10. (87,4) | 27. (78,0) |
| 3–6 | 13. (65,5) | 14. (64,6) | 23. (56,0) |
| 4–6 | 14. (41,1) | 17. (34,7) | 23. (31,6) |
| 5–6 | 11. (18,9) | 23. (12,1) | 21. (12,7) |
| 6 | 9. (5,3) | 27. (2,2) | 22. (3,1) |

⁶⁵ Kasutatud on järgmisi allikaid: OECD 2011a, OECD2011b, Nusche 2012, Uus-Meremaa matemaatika standard, Maaailma Pank

⁶⁶ Need on riiklikud koolid, mis järgivad riiklikku õppekava, aga neil on mingi „eriline“ külg (nt Steiner-pedagoogika, religioosse suunitlusega) – 2/3 neist on katolikud koolid (Nusche 2012, lk 16)

⁶⁷ <http://nemp.otago.ac.nz/math/2009/index.htm>

2.5.2 Haridussüsteem

Uus-Meremaal kehtib koolikohustus õpilastele vanuses 6–16. Haridus on tasuta kõigile õpilastele alates nende 5. sünnipäevast kuni 1. jaanuarini pärast 19-aastaseks saamist, v.a välisõpilased, erakoolide lapsed ja koduõppel olevad õpilased, kellele kehtivad eritingimused (Uus-Meremaa haridusseadus art. 20, art. 3, art. 7A). Kooliaasta lõpeb 27. jaanuaril⁶⁸.

Uus-Meremaa haridusseaduses (1989) on kirjas, et kõik riigi hallatavad koolid peavad võtma vastu ka puudega õpilasi. 2009. aastal õppis ainult 0,4% õpilastest koolides, mis spetsialiseeruvad hariduslike erivajadustega laste õpetamisele. Nendele koolidele, kus on keskmise haridusliku erivajadusega õpilased (*moderate special needs*), pakub riik rahalist tuge ja spetsialiste. Õpilased, kellel on suuremad hariduslikud erivajadused, makstakse individuaaltoetusi või pakutakse muud tuge. (OECD 2010, lk 19)

Uus-Meremaa jagab oma koolisüsteemi keskhariduse lõpuni 3ks:

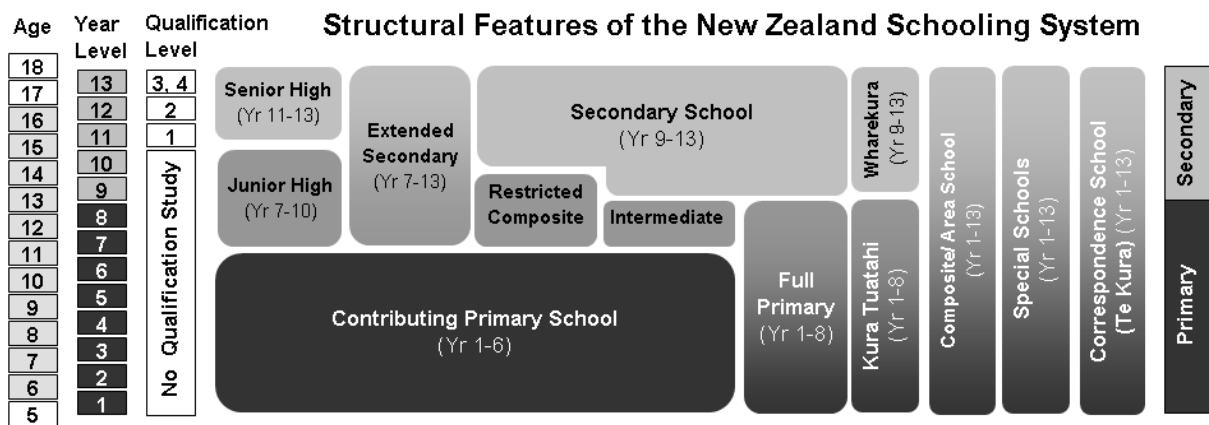
- 1) alusharidus (u 0–5-aastased)
Alusharidus ei ole kohustusliku õppe osa ja selles osalemise eest maksavad lapsevanemad. 2009. aastal oli alushariduses 59% 0–5-aastastest lastest.
- 2) põhiharidus (*Primary*)(1. –8. kl; u 5–13-aastased)
Põhiharidus on kohustuslik 6. eluaastast, kuid enamik alustab kooli 5-aastaselt. (Esimest 3 kooliaastat võivad õpilased alustada erinevatel aegadel (Uus-Meremaa matemaatika standard, lk10).)
- 3) keskharidus (*Secondary*) (9.–13. kl; u 13–18-aastased).

| Vanus/Riik | Eesti (klass) | Uus-Meremaa (klass) |
|------------|---------------|---------------------|
| 6 | | P 1. kl |
| 7 | I 1. kl | P 2. kl |
| 8 | I 2. kl | P 3. kl |
| 9 | I 3. kl | P 4. kl |
| 10 | II 4. kl | P 5. kl |
| 11 | II 5. kl | P 6. kl |
| 12 | II 6. kl | P 7. kl |
| 13 | III 7. kl | P 8. kl |
| 14 | III 8. kl | S 9. kl |
| 15 | III 9. kl | S 10. kl |
| 16 | G 10. kl | S 11. kl |
| 17 | G 11. kl | S 12. kl |
| 18 | G 12. kl | S 13. kl |

Tavaliselt saab õpilane keskkooli lõpuklassides (11.–13. kl) valida paljude ainete vahel, s.h kutseõppega seonduvate õppesuundade vahel (*industry-based qualifications*). Leidub koole, kus on ainult 7.–13. kl või 11.–13. kl.

On koole, kus 1.–13. kl on kõik ühes (enamjaolt maapiirkondades), ning on koole, kus õpivad koos 7.–10. klass. (OECD 2012, lk 15) 11.–13. klassis saavad õpilased ainevaldkondade (8, vt allpool RÕKi kirjeldust) sees spetsialiseeruda ja/või võtta kursusi, mis nende ainevaldkondade hulka ei kuulu, kuid seda kõike olenevalt kooli võimalustest (Uus-Meremaa riiklik õppekava lk 41). Haridussüsteemi koolikorralduslikku poolt kirjeldab allolev joonis 9.

⁶⁸ Uus-Meremaa haridusseadus art 2



Joonis 9. Uus-Meremaa haridussüsteem (OECD 2011, lk 17)

Hindamine

Hindamist haldab Uus-Meremaal NCEA (*National Certificate of Educational Assessment*). NCEA tööpõhimõtte baseerub õpilastele sertifikaadi omistamisel (tase I, tase II, tase III) ning selle saavutamiseks peab kas ühe aasta või mitme aasta jooksul omandama mingid alamoskused ehk punktid (*credits*) ja nende kaudu standardid (*standards*). On olemas ka õppe-aasta lõpus toimuv eksamilaadne hindamine (*external*), kuid hinnatakse ka õppe-aasta kestel (*internal*). Põhjus on väga lihtne – kõike vajalikku ei saa kirjaliku lõpueksamiga kontrollida (nt miks kirjutada teadusprojektist, kui on võimalik see laboris ka päriselt ära teha). NCEA propageerib uurimuslikku õpet. Järelikult toetab standardipõhine hindamine ka klassiruumihindamist.

Selleks jagatakse ained standarditeks ja standardid koosnevad omakorda alamoskustest ehk punktidest (*credits*) ning need „kogutakse“ nii õppe-aasta lõpus olevate eksamite kui ka õppe-aasta kestel olevate hindamistega. Selleks, et omandada mingis aines sertifikaat, tuleb koguda vähemalt 80 punkti (*credit*). (Oluline on tähele panna, et siin ei tähenda *standard* mitte näiteks matemaatika standardit (vt allpool), vaid *Directory of Assessment Standards* poolt välja kirjutatud standardeid.⁶⁹)

Tulemuste saamisel ei ole aga ainult kahte varianti: omandatud või mitte. Tulemused antakse õpilastele neljal tasemel: N – mitte omandatud (*Not Achieved*), A – Omandatud (*Achieved*), M – väärrib esiletõstmist (*Merit*) ja E – suurepärase (*Excellence*). „M“ ja „E“ saamine ei anna küll rohkem punkte (et koguda kiiremini täis 80 ja omandada üks kolmest tasemest), aga nende poole püüdlemine on siiski väga oluline. Kui M- ja E-tasemel on mingis aines kogutud vähemalt 50 punkti, märgitakse see õpilase kvalifikatsioonil (sertifikaadil) hea märgina ära – *Course Endorsement*. Kui õpilane omandab nt matemaatikas 14 „E“-d, hinnatakse ka kogu aine „E“-ga. „E“-de kogumine on aga omaette väärtus, sest ülikoolid arvestavad neid tulemusi tudengeid vastu võttes ning mida rohkem „E“-sid, seda tõenäolisem on sisse saada. Oluline on niisiis jälgida, millises aines need punkte (*credits*) koguda on vaja.

Hindamissüsteemi seletab lahti NCEA kodulehel olev lühike video:

<http://www.nzqa.govt.nz/qualifications-standards/qualifications/ncea/understanding-ncea/how-ncea-works/how-ncea-works-2/>.

⁶⁹ NCEA 2012

Klassisisesest hindamisest vt <http://assessment.tki.org.nz/>.

(<http://www.nzqa.govt.nz/qualifications-standards/qualifications/ncea/>)

2.5.3 Haridusalane dokumentatsioon

Uus-Meremaa „Haridusseadus“ (*Education Act 1989*⁷⁰) on pikk, 347 artikliga õigusakt, mis koordineerib m.h üldharidust alates koolikohustusliku ea määratlemisest, mõjutusvahendite nimetamisest kuni hariduskorraldusega seotud nõukogude töö korraldamiseni välja.

Dokumentidest on veel kasutusel:

- riiklik õppekava (*The New Zealand Curriculum*⁷¹, 2007);
- riiklikud standardid: „Matemaatika standard“ (2009) ja „Lugemise ja kirjutamise standard“ (2009) (vastavalt *Mathematics Standards* ja *Reading and Writing Standards*);
- Uus-Meremaa kvalifikatsioonide raamistik (*The New Zealand Qualifications Framework*⁷², 2011);
- jm dokumendid, materjalid⁷³.

Sellele on külge haagitud tugev fookus hindamise väljaarendamisele süsteemi kõikidel tasemetel. (OECD 2012, lk 13) (Vt ka Hindamine.)

2.5.3.1 Riiklik õppekava

Uus-Meremaa õppekava on olnud väljundipõhine juba 1989. aastast, kui võeti vastu eelmine riiklik õppekava. Toonase õppekava muutmine võeti ette 2000.–2002. aastal ning 2006. aastaks oli valmis õppekava mustand. Haridusministeerium sai mustandile vastuseks rohkem kui 10 000 parandus- ja täiendusettepanekut ning 2007. aastaks sai uus õppekava valmis. (Uus-Meremaa riiklik õppekava, lk 4)

Riikliku õppekava peamiseks **funktsiooniks** on anda õpilastele õppimiseks selge juhised ning nõustada koole kooliõppekava loomisel ja muutmisel. Õppekava märgib üheks oma üldeesmärgiks ka elukestva õppe, mille alamosad *kirjaoskus* ja *arvutamine* (*literate, numerate*) seostuvad matemaatikaga ehk kõige enam.

Õppekava järgi on kohustatud õppima kõik õpilased sõltumata soost, rahvusest, tõekspidamistest, hariduslikest erivajadustest (s.h annete või puude olemasolust), sotsiaalsest või kultuurilisest taustast. (lk 6). Erakoolid riiklikku õppekava järgima ei pea (OECD 2011, lk 16). Siiski rõhutab siinkirjutaja, et ei ole erivajadustega seotut uurinud ning ei ole selge, kuidas on korraldatud näiteks sügava puudega õpilaste harimine.

Uus-Meremaal on riiklikke õppekavasid tegelikult kaks: „Uus-Meremaa riiklik õppekava“ 1.–13. klassile, mis on inglisekeelsetes keskkondades kasutusel 2010. aastast, ning „*Te Marautanga o Aotearoa*“, mida kasutab maoori keelne keskkond 2011. aastast. Tegemist ei ole 100% ühtivate

⁷⁰ <http://www.legislation.govt.nz/act/public/1989/0080/latest/whole.html>

⁷¹ <http://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/1108/11989/file/The-New-Zealand-Curriculum.pdf>

⁷² <http://www.nzqa.govt.nz/assets/Studying-in-NZ/New-Zealand-Qualification-Framework/requirements-nzqf.pdf>

⁷³ Nt õpetamise-õppimise kohta:

http://www.thechair.co.nz/servlet/Srv.Ecos_Signon?CN=12587&UC=MOEVIEW&AC=A877804567019987

dokumentidega, ent erinevused on seotud eelkõige õppekava kultuuriliste aspektidega (traditsioonid, suhtlemine kogukonnaga jms). Selles töös on analüüsitud ainult inglisekeelset õppekava.

Ülesehitus

Õppekava on 46-leheküljeline dokument, mis algab haridussekretäri sissejuhatuse ja dokumendi eesmärkide sõnastamisega. Edasi kirjeldatakse visiooni, kooli õppekava koostamise põhimõtteid, väärtusi ja põhipädevusi (*key competences*) (mõtlemine, keele kasutamine, enesega toimetulek, teistega suhtlemine, ühistegevustes ja kogukonnas osalemine ja nendesse panustamine). Õppekava sisaldab kolmel leheküljel suuniseid tulemuslikuks õpetamiseks ning kompaktset materjali kooli õppekava koostamiseks.

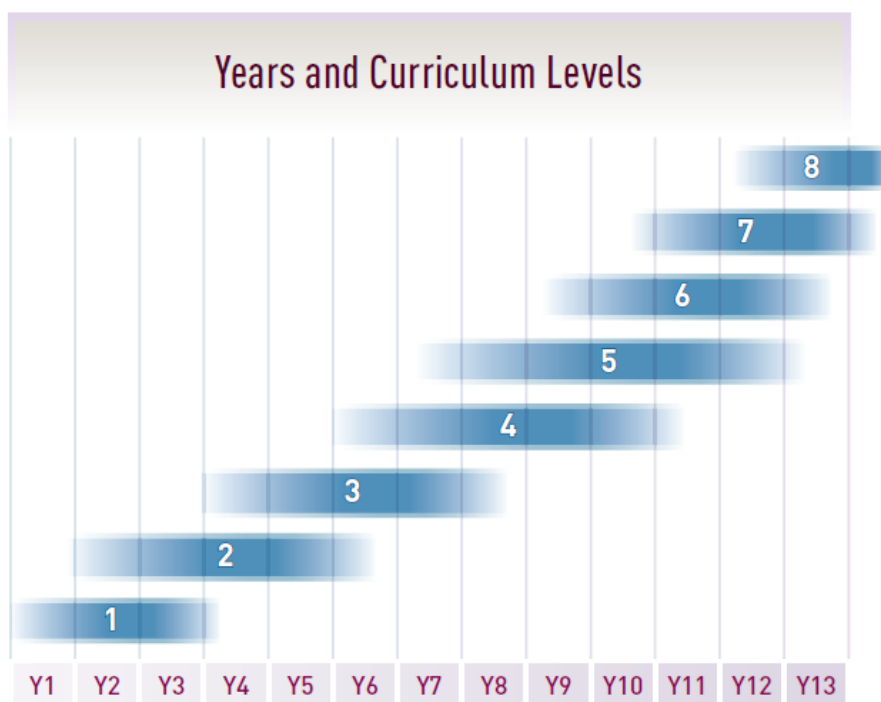
Uus-Meremaa õppekava järgi õpetatakse koolides 8 ainevaldkonda: inglise keel; kaunid kunstid (tantsimine, teater, muusika ja helikunst, kujutav kunst), tervis ja kehaline kasvatus, keeled⁷⁴, matemaatika ja statistika, loodusteadused, sotsiaalsed, tehnoloogia. Need valdkonnad on 1.–10. klassini kohustuslikud.

Olgugi et õppekavas on valdkonnad esitatud eraldi, ei tähenda see seda, et koolid ei võiks neid omavahel liita või lahutada. Õppekava on vaid raamistik ka kooli õppekava tarvis – ei põhimõtteid, väärtusi ega ka põhipädevused (*key competences*) ei pea rakendama samal määral. Oluline on ka märkida, et õppe planeerimisel peaksid õpetajad või koolijuhid alusta õppe planeerimist pigem õppekavas kirjeldatud valdkondlikest kirjeldustest (esitatud ühel leheküljel ja väga üldiselt), mitte niivõrd taotletavatest õpiväljunditest (*achievement objectives*) – iga ainevaldkonna alateemad on küll kohustuslikud, kuid valdkondade täpse rõhuasetuse, aja valib iga kool ise, lähtudes oma õpilastest ja kooli eripärast. (*ibid*, lk 38).

Klassid ja õppekava tasemed

Riikliku õppekava juurde kuuluv dokument „Klassid ja õppekava tasemed“ (*Years and Curriculum Levels*) on 51-leheküljeline ning kirjeldab õppekava tasemeid (*curriculum levels*) 1.–13. klassini ning iga 8 ainevaldkonna õpiväljundeid. Joonis 10. näitab õppekava tasemete tüüpilist jaotust, s.t tase 1 saavutatakse enamasti 2. klassi lõpuks, tase 2 neljanda klassi lõpuks jne. Samas rõhutatakse (ning see väljendub ka joonisel), et õppe kavandamise ja hindamisel tuleb arvestada õpilaste individuaalsete erinevustega. Näiteks õppimisraskustega, andekate, mitte inglise keele taustaga õpilaste puhul võib tase nn tüüpilisest oluliselt erineda. Eraldi tuuakse välja, et andekate laste puhul tuleks õppe kavandamisel lähtuda nende, mitte keskmisest tasemest, ning pakkuda neile väljakutset pakkuvaid ülesandeid ([Uus-Meremaa] *Years and...*, lk 1).

⁷⁴ Märkus. Koolid peavad 7.–10. klassi õpilastele pakkuma võimalust õppida teist keelt ning tegema seda õppekava keelevaldkonna juhiste ning õpiväljundite (*achievement objectives*) alusel. 11.–13. klassi õpilaste keeleõpe peaks esimeses järgus põhinema õppekava keelevaldkonna juhistel. (Uus-Meremaa riiklik õppekava, lk 44)



Joonis 10. Uus-Meremaa õppeaastad ja õppekava tasemed (lk 1)

2.5.3.2 Matemaatika ainekava

Uus-Meremaal on ainekava rollis eelmise alateema lõpus mainitud tasemete dokument, mille õpitulemused on koondatud ka aine kaupa⁷⁵. Kahele ainele on koostatud riiklik standard: matemaatika ning lugemine ja kirjutamine. Selles dokumendis käsitletakse õpitulemuste analüüsimisel neid kahte dokumenti koos ja nimetatakse ühise nimetusega *matemaatika ainekava*, kui ei ole öeldud teisiti.

Matemaatikas on tasemed jaotatud (*ibid*) 2 aasta kaupa (s.t 1.–2. kl tase I; 3.–4. kl tase II jne) ja sellist 2 aasta kaupa jaotamist on arvestatud ka selles töös (s.t mitte Joonisel 6 olevat).

Matemaatika on jaotatud 3 valdkonnaks (*arvud ja algebra, geomeetria ja mõõtmine, statistika*) ning need omakorda veel alateemadeks. Kõikide alamteemades kirjeldatud õpiväljundite ette käivad mõtteliselt järgmised laused: „Täheandust omavates kontekstides suunatakse õpilased mõtlema matemaatilist ja statistilist. Õpilased lahendavad ülesandeid ja modelleerivad olukordi, mis nõuavad, et nad:“⁷⁶. Õpiväljundid ise on näiteks sellised: „moodustab ja jätkab arvulisi mustreid (tase I)“; „koostab ja lahendab lihtsamaid lineaarvõrrandeid (tase IV)“, „kasutab sobivaid skaalasid, vahendeid ja ühikuid pikkuse, pindala, ruumala, mahutavuse, massi, temperatuuri, nurga ja ajaga opereerides (tase IV)“.

⁷⁵ <http://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/4883/70429/file/NZC%20Mathematics%20Standards%20for%20years%201-8%20poster.pdf>, <http://www.nzmaths.co.nz/nzc-and-standards>

⁷⁶ Inglise keeles: *In a range of meaningful contexts, students will be engaged in thinking mathematically and statistically. They will solve problems and model situations that require them to:*

Matemaatika standard (*Mathematics Standard*)

Matemaatika standard on koostatud 1.–8. klassile ja nagu mainitud, kuulub matemaatika kahe põhiaine alla (*core subjects*) (teine kirjutamine ja lugemine) (OECD 2011, lk 19).

Uus-Meremaa riiklik õppekava ja põhiainet standardid täiendavad teineteist. Erinevus on funktsioonis: õppekava juhendab õpetamist, kirjeldab laiemaid õpiväljundeid ja pedagoogilisi printsiipe ning ainevaldkondade taotletavaid tulemusi, standard toetab õpetajaid oma õpilaste hindamisel riikliku õppekava järgi, s.t matemaatika standard sisaldab teavet selle kohta, mida õpilased peaksid teadma ja oskama, et vastata riikliku õppekava nõudmistele. Matemaatika standardi nõuete täitmist oodatakse enamikult õpilastest ja iga kooliaasta lõpuks, kuigi ainekava sissejuhatuses on kirjas, et paljud põhikooli lõpetajad täiskasvanueaks vajalikku arvutamisoskust (*numeracy*) ei omanda. (Uus-Meremaa matemaatika standard, lk 6)

Ülesehitus. Standard on 56 lehekülge pikk. Lisaks dokumendi üldpeatükkidele (sissejuhatus; matemaatika ainekavast arusaamine; matemaatika ainekava ja efektiivne matemaatikaõpe; matemaatika standardist arusaamine; matemaatika ainekava ülesehitus; matemaatika ainekava kasutamine; matemaatiliste mõistete seletused (3 lk)), esitatakse õpitulemused klasside kaupa. Iga klassi puhul on eristatavad 2 erinevat osa:

- Õpitulemuste osa (vt ka väljavõtet ainekavast lisast 8)
 - õpitulemused on jaotatud 3 valdkonda: „Arvud and algebra“, „Geomeetria ja mõõtmine“ ja „Statistika“
 - iga klassi puhul on kirjas, kui palju aega terve kooliaasta tundidest igale valdkonnale umbes kuluda võiks. Kasutatud on nii graafilist kui tekstilist esitust:



„Sellel kooliaastal peaks „arv“ (*number*) olema fookuses 60–80% matemaatika õpetamise ajast.“ (1. klass)

- Iga õpitulemuse ette käib mõtteliselt järgnev: „Kontekstides, mis nõuavad ülesannete lahendamist ja olukordade modelleerimist, on õpilased võimelised:“
- Õpitulemuste näide (vt selle näite kohta joonist 11):
„[õpilased on võimelised] kasutama liitmise-lahutamise ja lihtsamaid korrutamise strateegiaid ning sümmeetriat, et:
 - moodustada või jagada naturaalarvud osadeks;
 - leida osa tervikust, kujundist, kogusest.“ (5. kl)

| Number and Algebra | |
|--|--|
| In contexts that require them to solve problems or model situations, students will be able to: | |
| <ul style="list-style-type: none">• apply additive and simple multiplicative strategies and knowledge of symmetry to:<ul style="list-style-type: none">– combine or partition whole numbers– find fractions of sets, shapes, and quantities;• create, continue, and predict further members of sequential patterns with two variables;• describe spatial and number patterns, using rules that involve spatial features, repeated addition or subtraction, and simple multiplication. | |

Joonis 11. Uus-Meremaa matemaatika standardi 5. klassi õpitulemused alateema „Arvud ja algebra“ kohta.

- Näiteülesanded (vt ka ainekava väljavõtet lisast 8):
 - Iga klassi iga valdkonna kohta on vähemalt 1 näiteülesanne koos illustratsioonidega. Ühe klassi peale kokku on umbes 7 näiteülesannet.
 - Aeg-ajalt on lisatud selgitused, millisel juhul õpilane täidab ülesandes „küsitud/loodetud“ ootuse ning millal selle ületab. S.t rõhutatud on m.h seda, et oluline ei ole mitte lihtsalt õige vastus, vaid ka lahendustee (ei tolereeri õiget vastust mittesoovitud, lihtsama lahendusteedega).
 - Rõhutatud on, et näiteülesanded ei ole kohustuslikud ega ainuvõimalik viis õpitulemuste interpreteerimiseks.

2.5.4 Kokkuvõtte Uus-Meremaa matemaatika ainekava peamistest rõhuasetustest ja erinevustest (võrreldes Eestiga)

Riikliku õppekava ainevaldkonna kirjeldus (õpitulemused) on väga üldsõnaline. Matemaatika standard on esitatud klassiti ja on veidi täpsem. Ka matemaatika standardist ei selgu, milliste mõistetega õpilane opereerida oskab. Näiteks ei ole märke kolmnurkade liigitamisest, aga (mittekohustuslikes) näiteülesannetes õpilane neid tunneb.

Uus-Meremaa ainekava pöörab õpitulemuste sõnastamisel tähelepanu ka õpiprotsessile. Nt kui Eesti ainekava I kooliastme õpitulemus on, et õpilane *liidab ja lahutab peast arve 100 piires*, siis Uus-Meremaal on 1. klassis *rakendab loendamise strateegiaid*, mis tähendab, et õpilane leiab summad ja vahed elemente või objekte loendades (paralleel näppudel arvutamisega). Loendamine on Uus-Meremaa ainekavas erilise tähelepanu all.

Kui 8 maasikast on vaja lahutada 3 maasikat, siis õige lahendus oleks sellisel juhul lugeda kõik (ka kujuteldavad) maasikad kokku (1,2,3,4,5,6,7,8) ning seejärel loendada sealt 3 tagasi (7,6,5).

Ainekava paistab kindlasti silma oma spiraalsusega – nii sisuline kui formaalne (üleskirjutusviis). Ühelt poolt õpitakse kõiki valdkondi ja alateemasid peaaegu kõigis klassides (nagu näiteks Ontarios), teiselt poolt on ka õpitulemused sõnastatud nii, et järgmise klassi õpitulemus sisaldab eelmist.

Uuele teemale ei läheneta alati mitte uute mõistete kaudu (Bloomi kognitiivse taksonoomia 1. tase), vaid hüpatakse kohe probleemi n-ö loogilisele lähenemisele ja selle probleemi temaatikast arusaamisele, mõtlemise arendamisele. 2. klassi õpitulemus on „kirjeldab lihtsamate olukordade tõenäosuslikkust (*likelihoods*), kasutades igapäeva sõnavara.“ Ülesande puhul, kus kotis on 4 sinist ja 1 kollane kuul ja küsitud on pimesi võttes kuuli värvi, siis õige vastus on kollane või sinine. Kui õpilane ütleb vastuseks *sinine, sest neid on rohkem*, loetakse seda valeks, aga kui *sinise tulemine on tõenäolisem, kuna siniseid on rohkem*, on see ootuste ületamine. Samamoodi opereeritakse mustritega, minnes ülesannetega järjest raskemaks, kuid *jadaks* neid ei nimetata ja jada üldliiget tähega kirja ei panda. Edasi liigutakse sujuvalt, aeglaselt.

Mustrid

MSi iga klassi õpitulemused on jaotatud 3 suurde rühma: „Arvud ja algebra“, „Geomeetria ja mõõtmine“ ja „Statistika“. Mustrite najale on üles ehitatud peaaegu kõik Uus-Meremaa „Arvude ja algebra“ peatükid 1.–8. klassini. Sama mõistet *muster* (ing. k „patterns“) kasutatakse ka siis, kui 8.

klassis tegeletakse lineaarvõrrandiga, tabelite ja joonistega esitatavate andmete puhul (n-õ seaduspärasused lahendihulga lahendite vahel).

Mustrite tabamiseks opereeritakse Uus-Meremaa ainekavas nii arvude kui ka esemetega. Eesti ainekava mustreid ei sisalda, võiks lausa öelda, et temaatika tuleb ainekavas sisse alles jadadena ning gümnaasiumiastmes.

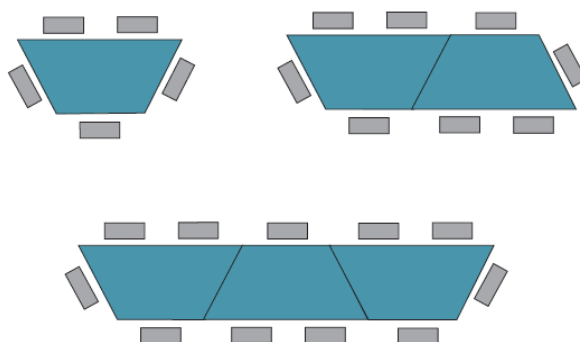
Mustrite uurimiseks alustatakse juba 1. klassis, kui arvujadas on ühikuks arv 1. Mustreid moodustatakse ka piltidest/esemetest. 2. klassis loendatakse arve 1, 2, 5, 10 kaupa ning ka pildiliselt esitatud jada üheks ühikuks võib olla mitmest elemendist koosnev ühik (nt alloleva pildi puhul moodustavad ühe üksuse lehm-siga-lammas).

Nt alloleva loomakaartide asetuse puhul võidakse õpilase käest küsida, mis loom on järjekorras järgmine ning miks õpilane nõnda arvab (1. klass).



Kahe muutujaga muster on sarnase õpitulemusena sees 3. klassist 5. klassini.

Laua-ülesande näide (7. klass).



Õpilaselt küsitakse, kui palju toole vajavad 24 nõnda paigutatud lauda ning kas ta oskab sõnastada reegli toolide arvu leidmiseks iga lisanduva laua puhul. Õpilane peaks kõigepealt saama aru, et iga lisanduva lauaga lisandub ka 3 tooli ning üks võimalik lahenduskäik oleks nõnda: laudu on 21 võrra rohkem, s.t $21 \cdot 3 = 63$ lisatooli, $11 + 63 = 74$ tooli“. Oluline on tähele panna, et kui õpilase lahenduskäik on alljärgnev, siis on ta ületanud ootusi: kui x on laudade arv, y toolide arv, siis $y = 3x + 2$ (s.t tähtmuutuja kasutamine on ootuse ületamine).

2011. aasta TIMSSi järgi on *algebra* valdkond Uus-Meremaa ainekavas võrreldes teiste valdkondadega paremuselt 2. tasemel omandatud (kõige paremini on omandatud *andmed*). Vt ka joonis 2 lk 12.

Kujundite pinnalaotused, samasusteisendused, ruumis orienteerumine

Pinnalaotuste joonestamist, äratundmist, samasusteisendusi (s.h ruumiliselt), tee juhatamine, kaartide joonistamine on ainekavas märgitud eraldi. Arvestades sellega, kui üldsõnaline on see teiste ainekavadega võrreldes, näitab see kindlasti ainekava rõhuasetust.

Statistika

Uus-Meremaa õpilased hakkavad juba esimeses klassis koostama piktogramme ning selle kaudu andmeid kirjeldama. Huvitaval kombel ei jõua Uus-Meremaa aga vähemalt ainekava sõnastuses hajuvuse hindamiseni (hindab küll subjektiivselt ulatust), aga veelgi enam – keerulisema (arvutamise)statistikani. See tähendab, et teema alustatakse küll väga varakult ning see on ainekavas ka tähtsal kohal (üks kolmest valdkonnast on põhikooli läbivalt *statistika*), kuid selle omandamine võimalikult abstraktsel kujul ei ole taotlus. 2011. aasta TIMSSi tulemuste järgi on *andmete* valdkond Uus-Meremaa ainekavas võrreldes teiste valdkondadega (teised *arvutamine*, *algebra*, *geomeetria*, *mõõtmine*) kõige paremini omandatud (vt joonis 2 lk 12).

3. ÕPPESISU JA ÕPITULEMUSTE VÕRDLUS MATEMAATIKA VALDKONNITI

Käesolevas materjalis on kõik võrdlevad tabelid üles ehitatud klassiti, kuid et lugejal ei läheks meelest silmas pidada ka õpilaste erinevat vanust, siis on 1. klassi astumise vanused lisatud iga tabeli päisereale.

3.1 Arvud ja arvutamine

3.1.1 Arvuhulga laienemine

Naturaalarvudega arvutamisele pööratakse kõigis riikides suurt tähelepanu. Ühine on seegi, et esimeses klassis võidakse loendada arve 100-ni, kuid liidetakse-lahutatakse väiksemaid arve. 3.-4. klassi lõpuks on jõutud kas 1000ni (Uus-Meremaa, Ontario) või 10 000ni (Eesti, Inglismaa, Singapur, Bulgaaria). Naturaalarvudega tutvumine on riigiti küllalt erinev. Meil ja Bulgaarias on eesmärgiks õppida selgeks, kuidas sooritada nelja põhitehet, tehete omadusi ning milles seisneb kümnendsüsteem. Teistes neljas riigis, ehk pisut vähem Singapuris, on siinjuures olulisel kohal arvu mustrite ning jadade uurimine. Uurides arvu mustreid saadakse ettekujutus arvusüsteemist. Sel kombel jõutakse korrutamisteheni jne. Mustrite uurimine on üks meetod, kuidas arvutamist õppida. Näiteks õpitakse Inglismaal ja Ontarios mustrite abil selgeks kahekordistamine ja poolitamine, mis loovad eeldused korrutamise ja jagamise kontseptsiooni mõistmiseks. Ontarios ja Uus-Meremaal on arvutama õppimise juures kasutusel igasugused kombatavad abivahendid. Singapuris kasutatakse kiirema arvutamise õppimiseks abakust.

Üldiselt jõutakse suurimate käsitletavate naturaalarvudeni 6. kooliaastal. Siis jõutakse Inglismaal arvutamises 10 000ni, Ontarios miljonini ning Eestis, Bulgaarias ja Singapuris miljardini. Bulgaaria eristub selle poolest, et naturaalarvudega arvutamine (4 põhitehet) peab selgeks saama 4. klassi lõpuks. Järgmises, 5. klassis vaadeldakse küll naturaalarvude jaguvust, kuid esiplaanile tõstetakse positiivsete murdarvudega arvutamine.

Kõikide riikide õpilased loendavad, järjestavad, võrdlevad, kirjutavad ka suuremaid arve, aga liidavad-lahutavad väiksemas ulatuses ning korrutavad-jagavad veel kitsamal arvuhulgal.

Arvuteooria elemente (*jaguvuse tunnused; alg- ja kordarv; algteguriteks lahutamine; SÜT ja VÜK*) õpetatakse kõige varem Bulgaarias (5. kl) ja Eestis (II KA, soovituslikult 5. kl). Singapuris on vastav õppesisu keskkoolis (7. kl). Bulgaarias on see teema seotud loogika läbiva valdkonnaga. Inglismaal 3.–6. kl õpilased õpivad arvu mustrite ja jadade vahendusel ja uurimisel tundma algarve, arvu algtegureid.

Negatiivse arvu mõistega tutvutakse kas 6. (Eesti, Bulgaaria, Inglismaa) või 7. kooliaasta (Ontario, Singapur) lõpuks. Uus-Meremaa ainekavas ei kasutata negatiivse arvu mõistet, kuid võib arvata, et ainekavas mainitud *negative amounts* (vt järgmine tabel) seda nn tasakaalustamise võtte kaudu siiski tähistab/tutvustab; negatiivset arvu mainitakse mõiste *täisarv (integer)* kaudu 8. klassis. Vanuseliselt teevad negatiivsete arvudega kõige varem tutvust Inglismaa õpilased 10-aastaselt, teised kõik aasta hiljem. Ontariot iseloomustab see, et täisarve liidetakse 7. klassis ja korrutatakse-jagatakse järgmisel aastal. Ka Uus-Meremaal on õpetus hajutatud mitme õppeaasta peale – negatiivse arvuga tutvutakse 7. klassis, liidetakse-lahutatakse 8. klassis ning siis korrutatakse jagatakse. Eestis on

õppeprotsess intensiivsem ja ühe kooliaasta kestel õpitakse täisarvudega sooritama kõiki nelja põhitehet, kuid Bulgaarias ja Singapuris ühel õppeaastal koguni negatiivsete ratsionaalarvudega.

Ratsionaalarvude hulga käsitlus erineb võrreldes eelmisega riigiti oluliselt rohkem. Singapuri põhikooli ainekavas tõstetakse murdarvude olulisus esile sel teel, et *harilikud murrud* (2. klassist) ja *kümnnendmurrud* (4. klassist) on ainekavas iseseisvad valdkondade pealkirjad. Üldjuhul tutvutakse selles valdkonnas esmalt ühikmurdudega (Eesti, Inglismaa, Bulgaaria, Singapur). Uus-Meremaal ja Ontarios tutvutakse murru kontseptsiooniga (Ontario – 1.kl; Uus-Meremaa – 1.-2.kl) objekte osadeks jaotades. Väga detailne Ontario ainekava selgitab küllaltki põhjalikult, kuidas õpilane jõuab uurimise teel osani tervikust ja õpib kasutama mõisteid *pool*, *veerand* ja *neljandik*.

Kõikidele riikidele on ühiseks see, et esmalt õpitakse arvutama positiivsete ja siis negatiivsete ratsionaalarvudega. Bulgaarias toimub ratsionaalarvudega arvutamise õppimine kõige kiiremini. Nii tehakse seal küll põgus tutvumine ühikmurdudega 3. klassis, kuid 5. klassis tuuakse sisse samaaegselt nii hariliku kui kümnnendmurru mõisted, õpitakse tehteid kümnnendmurdudega, siis harilike murdudega, õpitakse teisendama harilikku murdu kümnnendmurruks ja vastupidi ning õppeaasta lõpul lahendatakse arvutusülesanded, mis sisaldavad mõlemat tüüpi murde. Kogu selle klassi õppesisu keskendub põhiliselt murdarvude temaatika *süsteemsele käsitlemisele* ja kõige olulisemaks õpieesmärgiks on arvutuskäsitluse omandamine murdarvudega. Juba 6. klassis arvutavad Bulgaaria õpilased ka negatiivsete ratsionaalarvudega. Seevastu teistes riikides hajutatakse murdarvudega arvutamise õppimine mitmele õppeaastale. Eestis on tavaks, et 5. klassis tuletatakse meelde hariliku murru idee ning õpitakse arvutama positiivsete kümnnendmurdudega, 6. klassis arvutatakse positiivsete harilike murdudega ning 7. klassis negatiivsete ratsionaalarvudega. Hoopis erinev lähenemine ratsionaalarvudega arvutamisele on näiteks Singapuris. Seal 2. klassis õpitakse ühenimelisi murde ja ühikmurde järjestama ning kümnnendmurde õpitakse kasutama rahaühikute teisendamisel. 3. klassis liidetakse ühenimelisi ja sarnaseid murde ühe piires jne kuni kõiki tehteid positiivsete harilike murdudega tehakse 6. klassis ning (sh negatiivsete) ratsionaalarvudega 7. klassis.

Singapuris on ka kümnnendmurdudega arvutamise õppimine hajutatud mitmele aastale. Mitmele kooliaastale on ratsionaalarvudega arvutamise õppimine hajutatud ka Inglismaal, Ontarios ja Uus-Meremaal. Uus-Meremaal mainitakse kümnnendmurdu 7. klassis, kui neid liidetakse-lahutatakse. Kõige nooremalt liidetakse-lahutatakse kümnnendmurde Singapuris (3. klass, 8.a, rahanduse kontekstis) ja Ontarios (4. klass, 9a), teised alustavad 11-aastaselt.

Eestis, II kooliastmel õpetatakse kuidas harilikku murdu teisendada kümnnendmurruks ja lõplikku kümnnendmurdu harilikuks murruks. Seda oskust õpitakse samamoodi ka Bulgaarias, ka sõnavara õppesisu kirjeldamisel on sama või isegi detailsem.

Murdude vahelise seose õppimiseks on ka teisi võimalusi. Ontarios ja Singapuris rõhutatakse eriliselt harilikke murde, mille nimetajas on arvude 2- ja 5-kordne arv. Sellist harilikku murdu on lihtne laiendada nimetajani, mis oleks arvu 10 kordne. Nüüd on lihtne harilik murd teisendada kümnnendmurruks. Järgmises klassis teisendatakse igat harilikku murdu kümnnendmurruks.

Inglismaal ja Singapuris on räägitud ka kalkulaatori kasutamisest murdudega arvutamise juures. Näiteks Inglismaal on ainekavas II kooliastme õppesisus peast ja kirjaliku arvutamise kõrval arvutamine kalkulaatoriga arvutamine: *oskab kalkulaatorisse sisestada ja tõlgendada rahaga seotud arvutusi; oskab sisestada arvutisse murde ja sulge sisaldavaid avaldisi*. Kalkulaatorit kasutatakse ka

katse-ja-eksituse meetodil ülesannete lahendamiseks. Singapuri ainekavas on alates 5. klassist eraldi ära märgitud need kohad, kus õpilased peavad ära õppima peast või kirjaliku arvutamise, muudel juhtudel võib olla põhjendatud kalkulaatori kasutamine. Kuna Eestis ja Bulgaarias arvutamise juures kalkulaatori kasutamist ei eeldata, siis on arvutamine õpilastele ka keerulisem.

Mõistlik kalkulaatori kasutamine võiks tuua probleemülesannete lahendamisel edu. Kalkulaatori kasutamise vajalikkusele viitab Singapuri ainekava sissejuhatus (lk 11), kus on ära toodud kolm eesmärki:

1. saavutada arvutusoskuste ning probleemi lahendamise oskuse vahel parem tasakaal;
2. laiendada õpetamise ja õppimise meetodite repertuaari nii, et see sisaldaks uurivat lähenemist ning ülesannete lahendamist autentsete andmete korral;
3. aidata nõrgematel õpilastel kasvatada matemaatika õppimisel, ülesannete lahendamisel suuremat eneseusaldust.

Ka meie ainekavas on kirjas: “*Matemaatikakursuses omandatakse kirjaliku, kalkulaatoril ja peast arvutamise oskus,...*” (lk 4) Kuigi ainekavas on mõnes kohas soovitatud kasutada IKT vahendeid, peaks IKT kasutamist täpsustama ka ainekava õppesisus – kus ja kuidas rakendada kalkulaator või mõni programm enda eest tööle.

Reaalarvu mõistet Eesti ainekavas ei kasutata. Siiski on meil see arvuhulk vaikimisi esindatud, kuivõrd III kooliastmes leitakse ruutjuurt ja kuupjuurt arvust. Singapuris kasutatakse sümboleid $\sqrt{}$ ja $\sqrt[3]{}$ 6. klassis ja reaalarvudega õpitakse arvutama 7. klassis [arvatavasti taskuarvuti toel]. Bulgaarias tuuakse 8. klassis sisse irratsionaalarvu mõiste, õpitakse ruutjuure kujul antud irratsionaalarve võrdlema ja arvteljel kujutama, juuravaldisi lihtsustama ja kaotama murru nimetajast irratsionaalsust. Seega Bulgaaria ainekavas minnakse irratsionaalarvudega arvutamises kõige kaugemale, kuid reaalarvu mõistet ei kasutata. Inglismaal arvutatakse reaalarvudega keskkooli viimases kooliastmes (10.–12.kl).

Rooma numbrit viitavad Eesti ja Bulgaaria ainekavad. Teistel riikidel vastavat õppesisu ühikut ainekavas ei kirjeldatud.

Tabel 8. Ülevaade arvuhulga laiendamisest.

| | Eesti (1.kl - 7a) | Bulgaaria (1.kl - 7a) | Inglismaa (1.kl - 5a) | Ontario (1.kl - 6a) | Singapur (1.kl - 6a) | Uus-Meremaa (1.kl - 6a) |
|---------------|---|--|---|---|--|--|
| Naturaalarvud | <p>1.-3. kl Loeb, kirjutab, järjestab, võrdleb nat.-arve 0-10000; Liidab, lahutab peast arve 100 piires, korrutab ja jagab peast ühekohalise arvuga 100 piires. Liidab ja lahutab kirjalikult 10000 piires. Esitab arvu ühelist, kümneliste, sajaliste ja tuhandeliste summana.</p> <p>4.-6. kl Loeb, kirjutab, järjestab, võrdleb nat.-arve ja teeb neli põhitehet 0-1 000 000 000. Kirjutab naturaalarve järkarvude summana; sõnastab ja kasutab jaguvustunnuseid</p> | <p>1.kl Loeb, kirjutab, võrdleb ja järjestab nat.-arve 0-20, kasutab hindamiseks märke >, <,<= (toimub kahes kontsentrts st teemad Arvud 0-10, arvud 11-20) Oskab liita ja lahutada 20 piires ning oskab kontrollida tulemuse õigsust pöördtehte abil. Teab liitmise kommutatiivsuse omadus (kasutab 3 ja rohkema arvu liitmisel) - arvud 0-10, arvud 11-20.</p> <p>2. kl Loeb, kirjutab, võrdleb ja järjestab nat.-arve 0-100, kasutab hindamiseks märke >, <,<= (samas on tutvustavalt arve kuni miljonini); Oskab liita ja lahutada 100 piires ning oskab</p> | <p>1.-2. kl loendab, liidab, lahutab esmalt 20ni ja siis 100ni.</p> <p>3.-6. kl loeb, kirjutab ja järjestab naturaalarve 10000ni, saab aru, et numbrit asukohad annavad arvu väärtuse; leiab arvu algtegurid.</p> | <p>1. kl loeb, esitab mingite abivahenditega, võrdleb ja järjestab 50ni, loendab 100ni. Arvutab objektide loendamise teel 20ni. Liidab-lahutab peast ühekohalisi naturaalarve.</p> <p>2. kl liidab-lahutab (objektide abil), võrdleb, järjestab, kujutab arvkiirel arve 100ni; Liidab-lahutab peast naturaalarve 18ni.</p> <p>3.kl võrdleb, järjestab 1000ni, liidab-lahutab (füüsiliste vahenditega, kirjalikult) 1000ni; arvutab peast 100ni</p> <p>4.kl liidab-lahutab, võrdleb, järjestab 10 000ni erinevate abivahenditega (nt arvutuspulgad, arvutelg); liidab-</p> | <p>1. kl Loendab objekte 100ni. Ei kasuta järgarvu mõistet, kuid loeb – esimene, teine, ...</p> <p>2. kl loeb ja kirjutab arve 1000ni. Kümnnendsüsteem.</p> <p>3. kl 10000ni (sajalised, kümnelised, ühelised)</p> <p>4. kl 100000ni Leiab 12 esimest kordset ühekohalistele arvudele ning leiab ühiseid kordseid kahele arvule.</p> <p>5. kl 10 miljonini</p> <p>6. kl 1 000 000 000ni</p> <p>7. kl Algarvud ja algtegurid; VÜK ja SÜT</p> | <p>1.-2. kl loendab, rühmitab kuni 100ni. (Ei arvuta.)</p> <p>3.-4. kl liidab-lahutab naturaalarve (mitmeni, ei ole täpsustatud). Oskab loendada edasi-tagasi 1000ni, kasutades erinevaid strateegiaid</p> |

| | | | | | | |
|--|---|---|--|--|--|--|
| | <p>(2-ga, 4-ga, 5-ga, 9-ga ja 10-ga); esitab arvu algtegurite korrutisena ning leiab arvude SÜT ja VÜK.</p> | <p>kontrollida tulemuse õigsust pöördtehte abil. Peastarvutamise oskusest ei räägita; Korrutada/jagada ühekohalise arvuga 100 piires, pöördtehte abil tulemust kontrollida. Kommutatiivsuse ja assotsiatiivsuse omadust rakendada. Tunneb aritmeetiliste tehete vahelisi seoseid, tehete järjekorda, sulgude rolli ja oskab arvutada kahetehtelise arvavaldisel väärtust. 3. kl Loeb, kirjutab (miljonini), võrdleb ja järjestab nat arve 101- -1000, kasutab märke >, < , = ; teab posits. 10-süsteemi (ühelised - sajalised), esitab arvu üheliste, kümneliste, sajaliste summana. +/- 3- kohalisi arve, */: 3- kohalist 1-kohalisega 4. kl loeb, kirjutab,</p> | | <p>lahutab peastarvutamise strateegiaid kasutades 100ni; kasutab kuni 9x9 ja 81:9 leidmiseks peastarvutamise strateegiaid; korrutab peast 10, 100, 1000ga; jagab peast 10, 100ga 5.kl – võrdleb, järjestab 100 000ni, neli põhitehet 100 000 piires; korrutab kahekohaliste arvudega; jagab 3- kohalisi 1- kohalistega; 6.kl võrdleb, järjestab 1 000 000ni; kasutab 4 põhitehtega arvutamisel peast- arvutamise strateegiaid.</p> | | |
|--|---|---|--|--|--|--|

| | | | | | | |
|-----------|--|---|--|--|---|---|
| | | <p>järjestab, võrdleb arve üle 1000 (miljardini). >, <, =</p> <p>Oskab arvu esitada järkarvude summana.</p> <p>Teab +/- komponentide nimetusi ja tehete vahelist seost, oskab kontrollida tulemust pöördtehte abiga.</p> <p>5. kl - Mõisted: Jagub, jagaja, kordne, ühiskordne, VÜK, ühistegur, SÜT, jaguvuse tunnus, algarv, kordarv, algtegur. Esitab naturaalarvu algarvude korrutisena, oskab leida nat-arvude SÜT-i ja VÜK-i. 2-, 3- ja 5-ga jaguvuse tunnused.</p> | | | | |
| Täisarvud | <p>4.-6. kl</p> <p>Loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb täisarve.</p> <p>Arvutab peast ja kirjalikult täisarvudega.</p> | <p>6. kl - Vt allpool lahter ratsionaalarvud</p> | <p>3.-6. klass</p> <p>Järjestab negatiivseid täisarve.</p> <p>Kooliastme kõrgeim saavutustase</p> | <p>7. kl võrdleb igapäevaelust leitud negatiivseid arve (nt temperatuur), järjestab neid; liidab-lahutab täisarve</p> <p>8.kl – esitab täisarvud</p> | <p>7. klass</p> <p>Negatiivsed arvud ja neli põhitehet</p> | <p>7. kl kasutusele tuleb mõiste <i>negatiivne kogus (balance pos and neg amounts)</i> [võib eeldada, et tähendab nt algelist neg. arvudega arvutamist, nt 10 võlgu,</p> |

| | | | | | | |
|---------------|---|--|---|---|---|--|
| | Leiab arvu ruudu, kuubi, vastandaru, pöördaru ja absoluutväärtuse | | (ST 5) järjestab, liidab ja lahutab negatiivseid arve sobivas kontekstis | 10liste summana; liidab-lahutab-korrutab-jagab täisarve | | 20 plussis, palju raha on] 8. kl liidab-lahutab täisarve |
| Rooma numbrid | 4.-6. kl Loeb ja kirjutab Rooma numbreid XXX-ni. | 4. kl - teab Rooma numberarvu (piiri pole | - | - | - | - |

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|--|---|---|
| Ratsionaalarvud | <p>1.-3.kl – Selgitab ühikmurdude $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{5}$ tähendust, leiab nende põhjal osa arvust ja osa järgi arvu;</p> <p>4.-6.kl – Loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb positiivseid ratsionaalarve; Tunneb harilikku ja kümnendmurdu ning kujutab neid arvkiirel; eisendab harilikku murdu kümnendmurruks ja lõpliku kümnendmurdu harilikuks murruks. Teostab neli põhitehet positiivsete ratsionaalarvude vallas.</p> <p>7.-9.kl – Liidab, lahutab, korrutab, jagab ja astendab naturaalarvulise astendajaga ratsionaalarve (<i>sh negatiivseid</i>) peast,</p> | <p>3. kl - Murru mõiste kujundamine $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ näite varal (terviku jagamine = osadeks)</p> <p>5. kl - Teab hariliku murru mõistet, tähendust, oskab seda lugeda ja kirjutada. Sama kümnendmurru kohta (käsitl ühes ptk-s). Murdarv, harilik murd, kümnendmurd, kümnendmurru täis- ja murdosa, kümnendikud, sajandikud..., kümnendkoma. Tehted vt tabel Murdarvud. Mõisted: lihtmurd, liigmurd, segaarv, laiendaja, ühine nimetaja, hariliku murru põhiomadus, hariliku murru laiendamine /taandamine, Kümnendmurru ligikaudne väärtus, hariliku murru</p> | <p>3.-6. klass – saab aru ühikmurru [$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$], siis lihtmurru [$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$] tähendusest; tunneb ära samaväärsete na kümnendmurru ja harilikud murrud pool, veerand, kolmveerand, kümnendik, sajandik; mõistab protsendi tähendust. Mõistab ja kasutab koma kümnendsüst eemis arvude kirjutamisel. Liidab-lahutab kümnendmurde.</p> <p>7.-9.kl (2007) – Õppesisus peab olema</p> | <p>1. kl kasutab abivahendeid murru uurimiseks; jagab objektid osadeks ja identifitseerib võrdsed osad, kasutades nimetusi <i>pool, neljandik/veerand jms</i>)</p> <p>2. kl – saab näidiste alusel aru vahest: osade arv tervikust <i>versus</i> terviku osade suurus; oskab murdosasid ümber jagada [nt üheksast neljandikust moodustada 2 tervet ja üks neljandik];</p> <p>3. kl uurib murde osana mingist hulgast/kogusest; kasutab murde kuni 10\$-suuruste rahasummade esitamisel (enaktiliselt); jagab tervikuid-hulki osadeks ja annab neile murrulised nimetused (nt üks kahendik, kaks</p> | <p>2. kl - loeb ja kirjutab harilikke murde; võrdleb ja järjestab ühikmurde ning ühenimelisi murde. Liidab ja lahutab ühenimelisi HM ühe terve piires. (nimetaja\leq12). Kasutab kümnendmurru ideed [ainult] raha teisendamisel sentideks või tagasi.</p> <p>3. kl - võrdleb lihtmurde arvuga $\frac{1}{2}$. Laiendab ja taandab. Liidab ja lahutab rahasummasid, mis on antud kümnendmurruna.</p> <p>4. kl - segaarvu ja liigmurru idee. +/- ühenimelisi või sarnaseid(?) murde [relative fractions]. Korrutab liht- ja liigmurdu</p> | <p>1.-2. loendab, rühmitab harilikke murde ja jagab kujundeid, koguseid, tervikuid võrdseteks osadeks</p> <p>3.-4. kl teab lihtsamaid igapäevaelus kasutatavaid harilikke murde; liidab-lahutab lihtsamaid võtteid kasutades harilikke murde (ja naturaalarve? - ei saa aru)</p> <p>5.-6. kl liidab-lahutab harilikke murde (ja naturaalarve?) jätkab</p> <p>7. kl liidab-lahutab-korrutab-jagab võrdseid murde [$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$]</p> <p>7.-8. kl leiab hariliku murruga määratud osa tervikust, mis on esitatud kas naturaalarvuna, lihtmurru na, kümnendmurruna; kasutab võrdelist sõltuvust, m.h ka harilike murdude järjestamisel [<i>Apply simple linear proportions, including ordering fractions</i>].</p> |
|-----------------|---|---|---|--|---|---|

| | | | | | | |
|--|--|--|--|---|--|---|
| | <p>kirjalikult ja taskuarvutiga; Kirjutab suuri ja väikseid arve standardkujul</p> | <p>kümnendlähend, lõpmatu perioodiline kümnendmurd, protsent. Oskab liigmurdu kirjutada segaarvuna ja täisarvu harilikku murruna,... Lõppresultaat: oskab arvutada hariliku ja kümnendmurdu sisaldava arvavaldise väärtust, mis ei sisalda rohkem kui 4 (põhi)tehet. 6. kl - Mõisted: ratsionaalarv, positiivne-, negatiivne arv, rats.arvude hulk, täisarvude hulk, arvu märk, ratsionaalarvu absoluutväärtus, vastandarv, arvtelg. Oskab võrrelda, järjestada ja arvteljel kujutada ratsionaalarve. Teab vastandarvude omadust.</p> | <p>ratsionaalarvud, nende omadused ja erinevad esitusviisid ning meetodid peast ja kirjalikuks arvutamiseks.</p> | <p>kolmandikku), kasutamata hariliku murru üleskirjutust murrujoone abil 4.kl – loendab ühe kümnendkohaga kümnendmurde; liidab-lahutab kümnendmurde; teisendab $x/2$, $x/5$ ja $x/10$ kümnendmurruks 5.kl – loendab kahe kümnendkohaga kümnendmurde; liidab-lahutab 2 kümnendkohaga kümnendmurde; teisendab harilikud murrud $x/2$, $x/4$, $x/5$, $x/10$, $x/20$, $x/25$, $x/50$, $x/100$ kümnendmurdudeks; lihtsamate murdudega korrumine igapäeva olukordade kirjeldamiseks (nt 4 ploomi, 6 ploomi, \Rightarrow 1,5-kordne või $1\frac{1}{2}$-kordne vahe;</p> | <p>naturaalarvuga. Kümnendmurru idee (kuni 3 komakohta). KM teisendab HM. HM teisendab KM, kui nimetajas 10 või 100 jagajad. \pm kui KM on kuni 2 komakohta. 5. kl - (taskuarvutita) Liidab-lahutab lihtmurde. Korrutab liigmurdu liht- või liigmurruga; 6. kl - Arvutab teatud kitsendusi silmas pidades kirjalikult ja peast positiivsete HM ja KMdega. Piirangud: ei jagata segaarvu ja liigmurruga, ei jagata segaarvu lihtmurruga. 7. klass Neli põhitehet negatiivsete</p> | <p>8. kl korrutab-jagab harilikke murde, kümnendmurde;</p> |
|--|--|--|--|---|--|---|

| | | | | | | |
|--|--|--|---|----------------------|---|---|
| | | | | [Jätkub all lahtris] | ratsionaalarvudega. | |
| <p>[Ontario jätk]</p> <p>6.kl – võrdleb-järjestab eri strateegiatega erinimelisi murde; seostab lihtmurrud, kümnendmurrud, %-d; võrdleb-järjestab 3kohalisi, liig, liht, sega liidab-lahutab 3 kümnendkohaga kümnendmurde; korrutab-jagab 1 kümnendkohaga kümnendmurde; jagab peast järguühikutega;</p> <p>7.kl – seostab 2- ja 3-ga astendamise kirjaviisi pindala ja ruumalaga; naturaalarvude jagamine lihtsamate harilike ja kümnend-murdudega; korrutab-jagab tuhandikega kümnendmurde ühekohaliste naturaalarvudega; liidab-lahutab lihtsamaid harilikke murde; selgitab seost ühesuguste harilike murdude liitmise ja nendesamade murdude korrutamiseega naturaalarvuga;</p> <p>7. kl järjestab harilikke murde;</p> <p>jagab nat. arvu har.murru ja kümnendmurruga; liidab-lahutab harilikke murde ja täisarve; seostab harilikud murrud, kümnendmurrud, %-d; 4 tehet naturaalarvu ja kümnendmurruga; võrdleb, järjestab harilikke murde ning 10ndmurde 100ndikeni; leiab sobivaima esitusviisi harilike, kümnendmurdude ja %-de vahel.</p> | | | | | | |
| Irratsionaalarv, reaalarv | 7.-9. kl - Selgitab arvu ruutjuure tähendust ja leiab peast või taskuarvutil ruutjuure. (Ei räägita reaalarvust ega irratsionaalarvust) | 8. kl - Mõisted ruutjuur, irratsionaalarv, juuritav, juuriija; teab ruutjuure omadusi, oskab irratsionaalarve (ruutjuure kujul antud) võrrelda ja arvteljel kujutada; arvutada ja lihtsustada ruutjuurt sisaldavaid avaldisi; oskab kaotada irratsionaalsust murru nimetajas. | 10.-12.kl - tehted reaalarvudega, sealhulgas juure kujul esitatud arvarvudega (vastab kõrgeimale saavutustase mele 8). | - | 6. kl - Sümbolid $\sqrt{\quad}$ ja $\sqrt[3]{\quad}$. 7. kl - Neli põhitehet reaalarvudega 9.-10. kl – Positiivne, negatiivne, 0 ja murruline astendaja. Juure omadused | - |

3.1.2 Arvutamine

Kõikide riikide põhikooli matemaatika ainekavades peetakse hea arvutamisoskuse kujundamist üheks võtmeküsimuseks. Kui küsida inimeselt tänavalt, et mis on matemaatika, siis meil võiks ilmselt sageli kuulda, et arvutamine. Ladus arvutamisoskus võib olla kantud ka erinevatest eesmärkidest või kõrvaleesmärkidest. Mõnes ainekavas kujuneb arvutamine baasiks algebra kursusele, teistel võib see anda võimaluse õpetada arutlema ja tõlgendama tekstülesandeid. Kui eelnevas käsitleti arvuhulga laiendamist, siis see käis loomulikult käsi-käes liitmise ja lahutamise tehetega. Järgnev analüüs otsibki märke erinevuste kohta, vaadates arvutamisoskuse kujunemisele kitsamalt läbi korrutamise ja jagamise vaatevinkli.

Korrutamise-jagamise õpetamisel on põhiplaanis muster sarnane – korrutamistehte ideega tutvumine liitmistehte baasil; järgneb korrutabeli õppimine; seos korrutamise ja jagamise vahel; reeglid ja omadused; arvutamisoskuse kujundamine; rakendamine.

Naturaalarvudega arvutamisel võib tähele panna vaid üksikuid erinevusi aktsentides. Rõhutatakse liitmise-lahutamise ning korrutamise-jagamise kontseptsioonidest aru saamist. Siin pakutakse vahendiks arvude mustrite ja jadade uurimist. Nii ei loendata lihtsalt arve 100ni ja tagasi, vaid sealjuures loendatakse kas järjest, 2, 5 või 10 kaupa. Sellisel kombel jõuab laps läbi korduva liitmise korrutamistehteni ja tuletab endale korrutustabeli.

Ka meie ainekavas räägitakse *liitmise ja korrutamise vahelisest seosest* (mis ilma kommentaarideta Eesti ainekavas võiks tähendada ka distributiivsuse seadust), mis näitab, et korrutamine on korduv liitmine. Bulgaarias, aga ollakse matemaatiliselt nõudlikud - 2. klassis keskendutakse kohe korrutamise ja jagamise tähendusele, mõistetele ning korrutustabeli õppimisele 100 piires. Mitmes teises riigis (Inglismaa, Ontario, Singapur, Uus-Meremaa) rõhutatakse eraldi peastarvutamise oskust. Nii on vastavad peast ja kirjaliku arvutamine lahutatud isegi eraldi alateemadeks. Ladusat peastarvutamise oskust rõhutab Ontario ainekava eriliselt.

Korrutamise-jagamise ideega tutvumine toimub erinevates ainekavades erinevates klassides. Üheks põhjuseks võib kahtlemata olla see, et kooli minnakse erinevas vanuses. Kõige nooremalt räägitakse korrutamistehtest kui korduvast liitmisest Inglismaal (1.–2 kl 5–7a) ja Singapuris (1. kl 6a). Ontarios jagavad õpilased objekte 1. klassis, mis võib olla jällegi jagamistehte propedeutika. Kui võtta aluseks meil ainekava kõrvale soovitatud õppeprotsessi kirjeldust, siis Eestis tutvutakse korrutamise kontseptsiooniga 2. klassis nagu Bulgaarias, kuid meil ei liiguta edasi nii jõudsate sammudega. Meie tee on mõneti sarnane sellele, mida kasutatakse ka rahvusvahelistes võrdlusuuringutes edukamates riikides. Nimelt 2. klassis ei õpita tervet korrutustabelit, vaid õpitakse korrutama arvudega 2, 3, 4 ja 5. Kõige hiljem kasutavad lihtsamaid ideid korrutamise kohta Uus-Meremaa lapsed, alles 4. klassis (9a). Mustrite abil arvutamine võib tähendada seda, et probleemide lahendamisel ei ole vajagi kasutada erilist sümboolikat, näiteks Singapuri 1. klassis võib jagatav olla maksimaalselt 20, kuid jagamise juures ei kasutata jagamismärki. Seega aritmeetika ei teeni üksnes algebrat, vaid oluline on mõista, miks on see tehe vajalik, milliseid ülesandeid saab selle abil lahendada.

Tehete liikmetest ja reeglitest räägitakse Eesti ainekavas küllalt üldsõnaliselt. Esimeses kooliastmes on väljundina sõnastatud, et õpilane tunneb tehete liikmete ja tulemuste nimetusi ja järgmises kooliastmes õpitakse tehete liikmete vahelisi seoseid ning tehete omadusi. Üldsõnaliseks jääb selles osas ka Inglismaa ainekava. Seevastu Bulgaarias ollakse 2. klassis teises äärmuses – matemaatilise põhjalikkusega õpitakse kommutatiivsuse, assotsiatiivsuse ja distributiivsuse seadused, loomulikult tehete liikmete nimetused ja nende vahelised seosed, pöördtehted. Ontarios ja Uus-Meremaal ei mainita tehete liikmete teadmist, kuid seal peetakse olulisemaks õppida erinevaid võtteid. Ontario toob aga samas eraldi välja nt oskuse kasutada korrutamisel distributiivsust (4. klass) ja kommutatiivsust (5. klass). Tehete omadusi nimetati Bulgaariale sarnaselt ka Inglismaa (3.-6. kl) ja Ontarios (4. kl).

Korrutustabeli ulatus 10x10 raamistab ja täpsustab seda, kuidas peab meie ainekava kohaselt korrutamist ja jagamist õpetama. Samuti ei viita metoodikale Bulgaaria ainekava. Inglismaa, Ontario ja Singapuri ainekavadest on näha, et korrutustabelit ei õpita järjest ja korraga selgeks, näiteks ühes klassis. On vaja märkida, et ehkki ka Inglismaa ainekava on kirjutatud koolistmeti, ei välista see oluliselt detailsemat esitust. Inglismaal tutvuti korrutamisega läbi arvumustrite või jadade saades selgeks 2-ga, 5-ga ja 10-ga korrutamise, edasi õpitakse selgeks ruutarvud 100 piires ning seejärel laiendatakse korrutustabel 10x10-ni. Ontarios ja Inglismaal tuuakse eraldi välja, mida peab oskama teha peast, kusjuures Ontarios pakutakse ainekavas erinevaid strateegiaid ja näiteid (kui ei tule meelde 8×7 , siis tean, et poole väiksem on $4 \times 7 = 28$ ja tulemus on $48 + 48 = 56$). Paari lihtsa näitega illustreeritakse seda, kuidas erinevates riikides on ainekavas sätestatud korrutamise õppimine mõnevõrra erinevalt – nad on formaalselt erineva põhjalikkusega kirja pandud, aga ka vastava tehte idee omandamine liigub oma järgnevust ja ideed pidi erinevalt.

Arvutamiseeskirjad võime jaotada kaheks – peast ja kirjalik arvutamine. Meie ainekava jääb siin väga nipsisõnaliseks: Arvutab peast ja kirjalikult täisarvudega. Siin ei ole mingeid suuniseid, kas või kui suuri arve korrutatakse. Klassiti lahti kirjutatud Ontario ja Singapuri ainekava näitavad, et ühes klassis ei pea korrutamine minema kohe suurimate õpilasele tuntud arvude korrutamiseni. Võtame näiteks Singapuri: 3. kl korrutatakse 3-kohalist ja ühekohalist arvu, 4. kl esmalt korrutab 4-kohalist arvu 1-kohalise arvuga ning siis 3-kohalist arvu 2-kohalisega. Ja naturaalarvude korrutamisel keerulisemaks enam ei mindagi. Kas saadakse reegel selgeks ja siis järgmistes klassides saadakse hakkama õpitud eeskirja üldistades või Singapuris võib 5. klassis kasutada keerulisemate arvude korrutamisel kalkulaatorit. Ontarios olid samad sammud veel lisasammud, nt 6. kl 4-kohalise ja 2-kohalise naturaalarvu korrutamine. Arvude suurust korrutamisel piirab kindlasti ka Inglismaa ainekava, kusjuures kalkulaatorit kasutamata õpitakse kirjalikult jagama vaid ühekohalise arvuga. Bulgaaria ainekavast on ka näha sammud, kuidas järk-järgult arvud suurenevad (3. kl - 3-kohalist arvu korrutab/jagab ühekohalise arvuga, 4. kl - korrutab ja/jagab 2-kohalise arvuga). Eesti ainekavas selliseid piire seatud ei ole ja meie õpilane võib korrutada-jagada ka suuremaid arve või suuremate arvudega. Meil ei ole ainekavas märgitud, et suuremate arvude korral peaks kasutama kalkulaatorit, nagu seda teevad Bulgaaria, Inglismaa ja Singapuri ainekava.

Inglismaal on üpris selgelt risküliku pindala arvutamise ja korrutamise kontseptsioon. 3.–6. klassis ehk nende teises kooliastmes on kirjas, et esmalt leitakse risküliku pindala, loendades selles ruute, sealt jõutakse pindala valemini ja korrutamiseni. Neil on *Saavutustasemel 4* “Leiab pindala

loendades ruute” ja *Saavutustasemel 5* (selles kooliastmes kõrgeim oodatava tase) “Õpilased mõistavad ja oskavad kasutada ristküliku pindala valemit”.

Tabel 10. Naturaalarvude korrutamise ja jagamise

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 5 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|--|---|--|--|---|---|---|
| Korrutamise-jagamise ideega tutvumine | 1.-3. kl (2. klass ¹) Selgitab korrutamist liitmise kaudu Valdab korrutustabelit. | 2. kl Mõistab ühekohalise arvuga korrutamise (jagamise) tähendust, tunneb vastavaid mõisteid, teab korrutustabelit, oskab “korrutustabeli põhiselt jagada” (otsetõlge, kuid küllap nii ka õpetatakse) - 100 piires. | 1.-2 kl Mõistab, et korrutamine on korduv liitmine; et poolitamine ja kahekordistamine on pöördoperatsioonid | 1. kl Jagab füüsilisi objekte osadeks ning tunneb seejuures mõisteid <i>pool</i> , <i>neljandik</i> / <i>veerand</i> jms) (1_Num_Quan_viimane) 2. kl Selgitab objektide või piltide abil, miks korrutamine on võrdsete rühmade liitmine (nt põhjendab 2+2+2 ja 3x2 samaväärsust loendamise abil) 3. kl Seostab 1-kohaliste arvude korrutamise-jagamise eluliste olukordadega. | 1. kl Mõistab, et korrutamine on korduv liitmine. Korrutis ei ületa 40. Jagamise kaks tähendust (otsitavaks rühmade arv või liikmete arv rühmas). Ei kasuta jagamismärki. Jagatav ei ületa 20. | 4. kl kasutab lihtsamaid teadmisi korrutamise kohta |
| Tehete liikmed ning reeglid [sh korrutustabel] | 1.-3. kl Tunneb 4 aritmeetilise tehete liikmete ja tulemuste nimetusi; määrab õige tehete järk | 2.kl Tunneb 4 aritmeetilise tehete liikmete ja tulemuste nimetusi, teab korrutustabelit (arvutamine 100 piires, tabeli ulatust ei ole fikseeritud). Teab korrutamise kommutatiivsuse ja | 1.-2. kl Kasutab korrutamise ja jagamisega seotud sõnavara 3.-6. kl Mõistab sulgude kasutamist tehete järjekorra määramisel; teab liit- | 3. kl Korrutab-jagab peastarvutamise strateegiate abil 7x7-ni (nt kahekordistamine, <i>skip counting</i>). Tutvub 0- ja 1-ga korrutamise reeglitega (3_Patt_Exp_3) 4. kl korrutab-jagab | 2. kl Korrutustabel 2, 3,4, 5 ja 10ga pähe. Kasutab jagamismärki. 3. kl Kasutab korrutamise ja jagamisega seotud mõisteid (tegur, korrutis, jääk jt). 10x10 | 4. kl kasutab naturaalarvude korrutamisel-jagamisel lihtsamaid võtteid. (MS) 5. kl jätkab 6. kl naturaalarvudega |

| | | | | | | |
|----------------------|---|---|---|--|---|--|
| | <p>avaldises (sulud; korrutamise/jagamise; liitmine/lahutamine). Paaris- ja paaritud arvud. Korrutab ja jagab peast ühekohalise arvuga 100 piires. Peast ja kirjaliku arvutamise eeskirjad.</p> | <p>assotsiats. omadust ja oskab kasutada kolme arvu korrutamisel. Teades korrut/jag seost, oskab kontrollida tulemuste õigsust pöördtehte abil. Oskab leida otsitava teguri. Esitada arvu kahe arvu summa, vahe, korrutise või jagatisena. Tunneb ja oskab kasutada tehete järk, sulge. Paaris-, paaritu arv. 3. kl vt järgmine lahter all</p> | <p>mis- ja korrutamistehete puhul kommutatiivsus, assotsiatiivsuse ja distributiivsuse seadusi. Tunneb arvumustrites 2, 5 ja 10-ga korrutatud arve; tunneb algarve 20-ni ja ruutarve 10x10 korrutustabelis; Lahutab 2-kohalisi arve algtegurite korrutiseks</p> | <p>peastarvutamise strateegiate abil 9x9-ni. Korrutab 10-, 100-, 1000ga; jagab arve 10-, 100ga. Determine, et korrutamine on jagamise pöördtehe. Kasutab naturaalarvude korrutamisel distributiivsust. 5. kl kasutab korrutamise kommutatiivsust (5_Num_Oper_1) 6. kl oskab selgitada ja kasutada tehete järjekorda</p> | <p>korrutustabel pähe. Paaris- ja paaritud arvud. Jäägiga jagamise idee. 4. kl Arvu tegurid ja kordsed, algarv 5. kl Tehete järjekord ja sulgude kasutamine.</p> | <p>kõik 4 tehet</p> |
| Korrutamine-jagamine | <p>1.-3. kl Korrutamise ja jagamise vahelised seosed. (õppesisus)</p> <p>4.-6. kl Arvutab peast ja kirjalikult täisarvudega</p> | <p>3. kl 2- ja 3-koh arvu */: 1-kohalise arvuga (kaasa arvatud 1 ja 0). Teab tehete komponentide nimetusi ja tehetevahelist seost, kontrollida tulemust pöördtehte abiga. Oskab leida 3-tehteliste arvavaldiste väärtusi. 4. kl üle 100 arvudega */: 1-kohalise arvuga, siis üle 1000 arvudega</p> | <p>3.-6. kl Kasutab kirjalikke meetodeid korrutamiseks ja jagamiseks, kui üks tegur on ühekohaline ja teine 2- ja siis 3-kohaline arv. Kasutab pikka korrutamist esmalt 2- ja 2-kohalise ning</p> | <p>Ainekavas ei ole kirjas, kuidas täpsemalt kirjaliku korrutamise-jagamise ideega tutvutakse. Mõistetena mainitakse nii <i>standard algorithm</i> kui ka <i>student (sic!) generated algorithm</i>, mis peastarvutamise võtete hulka ei kuulu ja mille hulka kirjalikult arvutamine samuti kuuluda võib. Selles tabelis on</p> | <p>3. kl 3kohalist korrutab 1kohalisega. Kahetehtelised tekstülesanded. 4. kl 4kohaline korda 1kohaline. 3kohaline korda 2kohaline. 4-kohaline jagatud 1kohaline.</p> | <p>Õpitulemustes kirjalikku arvutamist ei mainita. MSis olevatest näiteülesannetest ilmneb, et 4. kl pruugivad õpilased seda juba kasutada (lk 34 näiteül 1).</p> |

| | | | | | | |
|-------------------------------|--|---|--|---|---|---|
| | ning positiivsete ratsionaalarvudega. 7.-9. kl Korrutab, jagab ratsionaalarve peast, kirjalikult ja taskuarvuti ga. | */: 2-kohalise arvuga. Oskab leida 3-tehteliste arvavaldiste väärtusi, mis sisaldavad arve üle 1000. 5. kl - otseselt ei ole näha | edasi 3- ja 2-kohalise arvu korrutamiseks. | viidatud klassile ja õpitulemusele siis, kui ainekavas kasutatakse eelnevalt mainitud mõisteid. 4. kl Korrutab-jagab 2-kohalise nat-arvu 1-kohalisega | Kolmetehteline tekstülesanne, hindab ja kontrollib tulemust. | |
| Astendamine (kui korrutamine) | 7.-9. kl Selgitab naturaalarvulise astendajaga astendamise tähendust ning kasutab astendamise reegleid; Selgitab arvu ruutjuure tähendust ja leiab peast või taskuarvutil ruutjuure. | 6. kl Teab nat.arvulise astendajaga astme mõistet, mõisteid astendamine, astme alus, astendaja. Teab astendamise reegleid (*, :, **) ja oskab kasut.; Oskab arvutada arvavaldist, milles võib olla 4 põhitehet, astendamine, sulud. Järguühikute esitamine 10-astmetena. | 10.-12. kl Arvutab reaalarvudega, ja juuri sisaldavate avaldistega; uurib eksponentsiaalset kasvamist. | - | 7. kl Algebra teema: tõlgendab tähistust $a \cdot a = a^2$ Kuid 6. klassis on näiteks sümbolid $\sqrt{\quad}$ ja $\sqrt[3]{\quad}$. Küllap on siis ka vastavad astmed, kuid ei ole ainekavasse märgitud. 9.-10. kl Positiivne, negatiivne, 0 ja murruline astendaja. Juure omadused | - |

3.1.3 Arvutamine

Murdarvu idee on meie õpilastele küllalt suurt väljakutset esitav teema (Lepmann, 2005). Samas leidis Lepmann, et võrdlusuuringu TIMSS taustal olid Eesti õpilaste teadmised seoses protsentülesannete lahendamisega kehvad ja ta jõudis järeldusele, et meie õpilastel ei ole selge murdarvu kontseptsioon. Samas ta viitas haridusuuringutele, mille põhjal on väga oluline murdarvu ideest aru saamiseks tegeleda visualiseerimisega. Murdarvul on kaks erinevat tähendust. See võib tähendada lihtsalt üht arvu arvteljel, s.o arvu, millel võivad olla täisosa ja murdosa ning hariliku murru korral murdosas lugeja ja nimetaja. Teiselt poolt võib harilik murd tähistada osamäära (meil I kooliastmes) või suhet või seostuda protsentarvuga või kümnendmurruga või olla seotud tõenäosusega (meil III kooliastmes). Seega on tegemist keeruka abstraktsiooniga. Ühel arvul võib olla kaks tähendust. Üks arv on samaväärne teise hoopis erinevalt kirja pandud arvuga (harilik ja kümnendmurd).

Meil tutvutakse I kooliastmes esmalt hariliku murruga osamäära mõttes *Mõõtmise ja tekstülesannete* valdkonnas (täpsemalt juba 1. klassis). Siis kasutatakse lihtsaid ühikmurdude ($1/2$, $1/4$, $1/5$) ja õpilane õpib leidma osa arvust ning osa järgi arvu. Esimeses kooliastmes ei ole harilik murdu kasutatud arvu mõistes, vaid üksnes osamäärana. II kooliastmes õpitakse arvutama nii positiivsete kümnend- kui ka harilike murdudega. Kuigi ainekava seda ette ei kirjuta, siis meil tavaliselt (oppekava.ee – II k-a õppeprotsessi kirjeldus) esmalt korratakse harilikku murdu osamäära tähenduses, et see pakuks võimalust illustreerimiseks, edasi tegeletakse kümnendmurdudega. Kümnendmurdudega arvutamise teeb õpilastele lihtsamaks see, et tegemist on tuttava kümnendsüsteemiga, lisaks on selliste arvudega kokku puutunud igapäevases elus (kaupade hinnad, palliviske tulemus jne). Sellelt pinnalt õpitakse edasi harilikke murde. Eestis õpitakse teises kooliastmes arvutatama positiivsete ratsionaalarvudega (seda mõistet õpilased ei kasuta, vaid on murdarvud).

Inglismaa ja Singapuri ainekavas on positiivsete ratsionaalarvude käsitlemist tõstetud esile sel kombel, et harilikud murrud ja kümnendmurrud on rõhutatult eraldi alalõikudes. Kõikides riikides hakatakse kõigepealt uurima osa mingist tervikust, mida võidakse väljendada sõnaliselt ja/või numbri kujul. Näiteks Uus-Meremaa ja Ontario tegelevad terviku jagamisega osadeks esimesest klassist alates, kuid murdarvu toovad numbrilisel kujul sisse alles 3.-4. kooliaastal (8–9 a).

Kümnendmurdudega puutuvad kõige varem kokku Singapuri õpilased, kes 2. klassis loevad ja kirjutavad üles rahasummasid kasutades kümnendkohti ning teisendavad kümnendsüsteemis antud rahasumma sentideks ja vastupidi. Üldjuhul tegeletakse varem harilike murdudega ning kümnendmurrud tulevad hiljem. Klassiti esitatud ainekavadest on võimalik välja lugeda, et harilikke murde ja kümnendmurde arvudena hakkavad õpetama ühel kooliaastal Ontario (4.kl - 9. a) ja Bulgaaria (5. kl - 11a). Singapuri õpilased õpivad harilikke ja kümnendmurde mõlemaid koguni 2. klassis, kuid eelmistest erinevalt jäävad nende kümnendmurrud rahaühikutega seotud konteksti. Uus-Meremaal on hariliku murru ja kümnendmurru esimese kokkupuute vahel 2-3 kooliaastat (3.-4. klass, 6. klass, kooliastmeti ainekavast ei saa vahet täpsemalt hinnata).

Singapuris ja Ontarios hakatakse 4. klassis kümnendmurde harilikeks murdudeks teisendama, Eestis kaks klassi hiljem, mis teeb erinevuseks 3 aastat. Inglismaa õpilased tegelevad sellega 7.-9. klassis, mis on õpilaste ea poolest võrreldav Eestiga. Bulgaarias õpitakse murdarve ja nendevahelisi seoseid korraga 5. klassis. Ära peaks märkima, et teisendamisel on kaks erinevat lähenemist. Hariliku murru teisendamisel kümnendmurruks võib tulemuseks olla lõplik või lõpmatu perioodiline kümnendmurd. Singapuris on seda ainekava kirjutamisel ilmselt silmas peetud ning seetõttu 4. klassi õpilased teisendavad harilikke murde kümnendmurdudeks erijuhul kui nimetaja jagab arvu 10 või 100. See tähendab, et sobivaid harilikke murde esmalt laiendatakse kümnendikeni või sajandikeni ja seejärel teisendatakse kümnendmurruks. Järgmises, 5. klassis teisendavad nad harilikke murde kümnendmurdudeks eelmainitud kitsendusega. Selline meetodiline lähenemine võiks sobida ka meile, sest sel kombel jääb õpilastele nimetatud võtte meelde ning murdude teisendust ei sooritata vaid lugeja ja nimetaja jagamisega.

Kümnendmurdude, harilike murdude ja protsentarvude vahelise seoseni jõuavad Eesti, Inglismaa ja Uus-Meremaa õpilased 7.–9. klassis (Eestis oli enne uut, 2010. aasta ainekava, tavapäraselt 6. klassis, nüüd 7. klassis), Ontarios 6. klassis ja Singapuris 5. klassis.

Tabel 10. Murdarvud ja seos protsentidega.

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|---------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|---|---|
| Esimene kokkupuude murdarvudega | 1.-3. kl | 3. kl | 3.-6. kl | 1. kl | 2. kl | 3.-4. kl |
| Kümnendmurrud | 4.- 6. kl | 5. kl | 3.-6. kl | 4. kl | 4. kl (2. -3. kl ainult rahaühikute teisendamisel) | 6. kl |
| Harilikud murrud | 4.- 6. kl | 5. kl | 3.-6. kl | 4. kl | 2. kl | 3.-4. kl |
| KM teisendamine HM ja vastupidi | 4.- 6. kl (tavaliselt 6. kl) | 5. kl - vt eelnev tabelirida | 7.-9. kl | 4. kl | 4. kl KM→HM HM (kui nimetaja jagab arvu 10 või 100) → KM | 7.-8. kl [aga ei ole väga selgelt välja toodud] |

| | | | | | | |
|-------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------------------------|--------------|--------------|-----------------|
| Seos KM, HM ja protsentarvude vahel | 7.-9. kl | 5. kl | 7.-9. kl (Saavutustase 6) | 6. kl | 5. kl | 7.-8. kl |
|-------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------------------------|--------------|--------------|-----------------|

Ratsionaalarvudega arvutamise nõudmiste osas paistab Eesti ainekava silma suurte ja hoogsate sammude poolest, s.t et laiad teemalõigud on kirja pandud küllalt napisõnaliselt ning õpikute autoritele ja õpetajatele on õppeprotsessi läbiviimiseks ja õppesisu tõlgendamiseks jäetud väga vabad käed. Järgmine tabel toob esile mõned etapid, mida teistes ainekavades on järgitud murdarvude korrutamise ja jagamise õppimisel. Kõikide teiste vaadeldud maade matemaatika ainekavad sisaldavad teatud juhiseid juhiseid, tõlgendusi, täpsemaid kirjeldusi sellele, kuidas selles riigis soovitakse saavutada arvutusoskus ratsionaalarvude hulgal.

Positiivsete ratsionaalarvudega õpivad Bulgaaria õpilased arvutama vaid ühe kooliaasta jooksul. Nende ainekavas on seatud eesmärgiks, et 5. klassi jooksul peab saama selgeks kõik neli põhitehet kümnend- ja harilike murdudega. Samal aastal õpivad nad selgeks ka protsentülesannete lahendamise. See on teiste vaadeldud ainekavade võrreldes ääretult nõudlik eesmärk. Teatud vastutulekuna õpilastele võib välja tuua vaid selle, et metoodilistes juhistes soovitatakse kõige raskemate arvutusülesannete lahendamine siduda taskuarvuti kasutamisega. Järgmises klassis õpitakse kõiki nelja tehet ja lisaks astmeomadusi tervel ratsionaalarvude hulgal, st tehteid negatiivsete arvudega. Seega jääb Bulgaaria ainekava silma ääretu kontsentreeritusega. Sellisel ainekaval on oma miinused: kui õpilane puudub, siis jääb tema matemaatika-alasesse haridusse lünk, mida on keeruline korvata; kuna seoste loomiseks on vähem aega ning ei ole võimalust kasutada õpitus oskusi reaaleluliste probleemide lahendamiseks, jäävad seosed eeldatavasti ainekesksemateks (õppija oskab teatud tehteid sooritada küll matemaatikatunnis, kuid ei oska nende abil lahendada tavaelulisi probleeme) ning ka nõrgemaks; kui õpilane on keskmisest vähem võimekas, siis on tal raske sellisele pingele vastu pidada; kui õpilane pole oma vaimselt arengult vastavas eas, siis ta ei võta õpetatavat vastu. Siiski on sellel kontsentreeritud lähenemisel ka plusse: vähemalt teoreetiliselt saab nii luua arvutamisest ühtse konkreetse arusaama (iseasi, kui suur osa õpilastest selle arusaamani tõepoolest jõuab); ilmselt tagab sellise lähenemise vajadus mahukas aineprogramm saab 8 aastaga läbida.

Bulgaaria ainekavast erinevad kõigi teiste vaadeldud riikide ainekavad. Lihtsam on siinkohal jälgida Ontario ja Singapuri ainekavasid, kuna need on klassiti lahti kirjutatud. Nendes riikides on valitud see tee, et arvutamist õpitakse nõ lühemate sammudega ning arvutamisoskust kujundatakse pikema ajaperioodi kestel. Igal aastal muutuvad keerulisemaks või suuremaks arvud. Kui ühel aastal õpitakse nt lihtmurde liitma ja lahutama, siis korrutama õpitakse järgmisel ning jagama ehk ülejäärgmisel aastal. Üks tehe peab saama selgeks mitte üksnes matemaatikatunni kontekstis, selle olemus ja rakendusväärtus lõimitakse teiste valdkondade ja koolivälise eluga. Selleks lahendatakse probleemülesandeid, uuritakse arvumustreid jne.

Rahvusvahelistes võrdlusuuringutes parimate hulka kuulvas Singapuris on murdarvudega arvutamise õppimine hajutatud kõige pikemale 6-aastasele ajaperioodile – 2. klassis tutvuvad õpilased kümnendmurdudega rahaga seotud kontekstis, 7. klassis arvutavad nad ka negatiivsete ratsionaalarvudega. Vaatame eraldi kümnendmurdudega arvutamise õppimist. Õpilased liidavad ja lahutavad kümnendmurde 3. klassis rahaühikutega seotud kontekstis. Neljandas klassis jäetakse ühikud kõrvale, kuid liitmisel lahutamisel võib arvul olla ikkagi vaid kaks kümnendkohta ning kuni kahe kümnendkohaga kümnendmurdu korrutatakse ja jagatakse ühekohalise naturaalarvuga. Viiendas klassis kuni 3 kümnendkohaga kümnendmurde korrutatakse ja jagatakse 10, 100 või 1000-ga; keerulisematel juhtudel võidakse kasutada kalkulaatorit. Ka harilike murdudega arvutamist õpitakse lühikeste sammudega. Teises klassis liidetakse vaid ühenimelisi lihtmurde, tulemuseks peab olema ka lihtmurd ning ühine nimetaja ei tohi ületada 12. See nimetajaga seotud piirang jääb kirjaliku ja peast arvutamise tarvis püsima terveks põhikooli ajaks. Neljandas klassis õpitakse tundma liigmurdu ja segaarvu. Samas klassis liidetakse ja lahutatakse sarnaseid murde, kus ühes arvavaldises ei tohi olla enam kui kaks erinevat nimetajat, ning üks nimetaja peaks erinimeliste murdude korral teisega jaguma. Korrutatakse liht- ja liigmurdu naturaalarvuga. Viiendas klassis lisandub hariliku murru seos jagamistehtega; liidetakse ja lahutatakse lihtmurdusid (leitakse ühine nimetaja); lihtmurdu korrutatakse liht- või liigmurruga; lihtmurdu jagatakse naturaalarvuga. Kuuendas klassis lisandub eelnevale naturaalarvu või lihtmurru jagamine lihtmurruga. Eelpool toodu oli seotud peast ja kirjaliku jagamisega. Muidugi tekib võimalus, et autentsemate probleemide lahendamisel ei ole nii häid arve, siis kasutatakse kalkulaatorit.

Seega arvutused on lihtsamad ning õppimisel liigutakse edasi väikeste sammudega. Samasugune lähenemine iseloomustab ka Ontario ainekava, kuid erinevalt Singapuri ainekavast lisandub veel ohtralt näiteid ja metoodilisi juhendeid. Kui võrrelda Eesti ainekava nende kahega, siis meie lapsed peavad harilike ja kümnendmurdudega arvutamise selgeks saama lühema aja jooksul ja nad teevad isegi keerulisemaid arvutusi (nt Singapuris 6. kl - õppesisu lõpus on märkus: lapsed ei jaga harilikku murdu liigmurruga). Küsimärgi alla jääb see, kas teistes riikides lahendatakse segaülesandeid - tehteid harilike ja kümnendmurdudega ühes avaldises. Kompetentsus on õpilastel igal pool olemas, sest vähemal mingitel juhtudel on kõikjal õpitud neid murdarve ühest esitusviisist teise teisendama. Ilmselt teevad seda Bulgaaria õpilased 5. klassis ning Singapuri õpilased kindlasti 8. klassis, kuid siis on kalkulaatori kasutamine täiesti lubatud. Teiste riikide puhul ei saa kalkulaatori kasutamine kohta täpsemalt öelda.

Seega Eesti põhikoolis ollakse ratsionaalarvudega seotud peast ja kirjaliku arvutamisoskusega selgelt nõudlikumad võrreldes Inglismaa, Ontario, Singapuri ja Uus-Meremaa ainekavadega. Meil ei ole kasutatud võimalust kasutada osa arvutuste “nupu alla viimist” = taskuarvuti või IKT vahenditega sooritamist. Bulgaaria ainekava on sisult ehk õpitulemustelt sama nõudlik, kuid ka seal mainitakse vajadusel kalkulaatori kasutamist.

Eesti ainekava on kirjutatud kooliastmeti ja see võimaldab ainekava muutmata hajutada arvutamisoskuse õppimine pikemale ajaperioodile. Sellist hajutamist võisime kogeda võrdlusuuringutes edukate riikide ainekavades. Seega muutmata/täiendama/täpsustama peaks eelkõige kokkuleppeid õppeprotsessi kirjelduses (oppekava.ee). Teine võimalus on muuta ainekava detailsemaks. Kolmas võimalus on lisada ainekavale detailsem standard, milles tuuakse ära ka piirangud, näidisülesanded jms. Eesti ainekava on kirjutatud kooliastmeti ja see võimaldab ainekava muutmata hajutada

arvutamisoskuse õppimine pikemale ajaperioodile. Sellist hajutamist võisime kogeda võrdlusuuringutes edukate riikide ainekavades. Seega muutma peaks, vaid kokkuleppeid õppeprotsessi kirjelduses (oppekava.ee). Teine võimalus on muuta ainekava detailsemaks, milline oli Inglismaa põhikooli matemaatika ainekava.

Tabel 11. Ratsionaalarvudega arvutamine.

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|--|---|--|---|---|---|--|
| Positiivsete kümnenndmurdude liitmise ja lahutamiseiga tutvumine | 4.-6. kl Arvutab peast ja kirjalikult positiivsete ratsionaalarvudega | 5 kl | 3.-6. kl Liidavad ja lahutavad kirjalikult (positiivseid) arve, milles võib olla kümnenndkohti | 4. kl Liidab-lahutab ühe 10nd-kohalisi 10ndmurde | 2. kl Võrdleb KM ainult rahaga seotud kontekstis. | 7. kl Liidab kümnenndmurde (MS), kohtade arv pole määratletud, kuid näiteülesannetes on kasutatud ka 2 kümnenndkohaga kümnenndmurde |
| Liitmine ja lahutamine, kui KM omab 2 kohta pärast koma | 4.-6. kl (vt eelmine) | 5 kl (vt eelm lahter, ainult posit) | 7.-9. kl (Saavutustase 5) | 5. kl Liidab-lahutab kahe kümnenndkohaga kümnenndmurde | 3. kl Rahandusega seotud kontekstis 4. kl | 7. kl Liidab kümnenndmurde (MS), kohtade arv pole määratletud, kuid näiteülesannetes on kasutatud ka 2 kümnenndkohaga kümnenndmurde |

| | | | | | | |
|---|---------------------------------|---|--|---|--|--|
| KM korrutamine ja jagamine arvu järguühikuga (10^n) ja naturaalarvuga | 4.-6. kl (vt eelmine) | 5 kl (vt eelm lahter, ainult posit) | 4.-6. kl | 5. kl Järguühikuga 10^n (operational) 6. kl naturaalarvuga ja 10^{-n} (oper) | 4. kl Kuni 2 kümnendkoh aga arvu korrutab/jaga b ühekohalise arvuga. 5. kl KM (kuni 3 kümnendkohta) korrutamine ja jagamine järkarvuga. | 8. kl Info puudub, ei ole üheselt arusaadav. |
| Korrutamine ja jagamine, kui KM omab 2 kohta pärast koma | 4.-6. kl (vt eelmine) | 5 kl (vt eelm lahter, ainult posit) | 7.-9. kl (Saavutustase 5) | 7. kl Korrutab-jagab ühekohalise naturaalarvuga | 6. kl Teine tegur või jagaja on naturaalarv. | 8. kl Korrutab-korrutab võrdseid kümnendmurde, liidab kümnendmurde ja täisarve (näiteülesandes nt MS sl 47 näiteül 1 on kasutatud 2 kümnendkohaga kümnendmurde) |
| Neli tehet erinevate kümnendmurdudega (sh negatiivsed, enam komakohti) | 7.-9. kl | 6 kl - Arvutamine kogu arvuhulgal - 4 põhitehet+astendamine (nat.arvuline astendaja, ja ka | 7.-9. kl (Ka vähesed III KA õpilased jõuavad Saavutustasemele 7) | 8. kl (Num_Quan_3) | 7. kl (Ilmselt? Kalkulaatoriga) | Info puudub, ei ole üheselt arusaadav. |

| | | | | | | |
|---|--|--|---|--|---|--|
| | | üldisema astendajaga aste !! - ei selgu, palju üldisem) | | | | |
| Harilike murdude liitmine ja lahutamine ühise nimetaja korral | 4.-6. kl (positiivsed) 7.-9. kl (negatiivsed) | 5 kl. (ainult positiivsed) | 7.-9. kl (Saavutustase 6) Liidab ja lahutab HM viies need ühisele nimetajale | 7. kl | 2. kl Arvutamine samanimelist ega ühe terve piires. 3. kl Ühine nimetaja või üks nimetaja jagub teisega, ühe terve piires. Piirang Nimetaja≤12. | Nii täpne informatsioon puudub. Harilikke murdude liitmise- lahutamisega alustatakse 3.-4. klassis |
| Erinimeliste HM liitmine ja lahutamine | 4.-6. kl (positiivsed) 7.-9. kl (negatiivsed) | 5 kl (ainult positiivsed) | 7.-9. kl | 7. kl | . kl Samanimelise d või üks nimetaja jagub teisega. Nimetaja≤12. 5. kl Ühise nimetaja leid- misega, nimetaja≤12. | Ei tea Võrdsete har.murdude 4 tehet 7.klassis. |
| Segaarvude liitmine ja lahutamine | 4.-6. kl (positiivsed) 7.-9. kl | 5 kl teema HARILIK MURD. (ainult positiivsed) | 7.-9. kl | Segaarvude liitmist ja lahutamist ainekava ei maini. Mõistena on | 5. kl Taskuarvutita arvutamisel | Ei tea. |

| | | | | | | |
|--------------------------------|-----------------|---|-----------------|---|---|---|
| | (negatiivsed) | | | segaarv kasutusel ainult 5. ja 6. klassis, kus segaarve järjestatakse ja võrreldakse. | nimetaja ≤ 12 ja avaldises ei ole enam kui 2 erinevat nimetajat | |
| HM ja naturaalarvu korrutamine | 4.-6. kl | 5 kl (ainult positiivsed) | 7.-9. kl | Ainekava ei maini | 4. kl | Ainekavast ei selgu. |
| HM jagamine | 4.-6. kl | 5 kl (ainult positiivsed) | 7.-9. kl | 7. kl Naturaalarvude jagamine harilike murdudega | 6. kl Lihtmurdu jagatakse lihtmurruga. Nimetaja ≤ 12 . 7. kl (kalkulaator?) | Võrdsete har.murdude 4 tehet 7.klassis . |
| Tehted HM ja KM ühes avaldises | 4.-6. kl | 5 kl (õppekavast ei selgu üheselt, kas nn “segaülesanne” ka sees: oskab arvutada harilikku ja kümnend- murdu sisaldava arv-avaldise väärtust, mis ei sisalda rohkem kui 4 tehet) | 7.-9. kl | Ainekava ei maini. | 7. kl (Ilmselt? Abis kalkulaator) | Ainekavast ei selgu. |

3.2 Protsent

See on üks väiksemamahulisemaid teemasid, kuid selle temaatikaga tegelemine on Eesti õpilastele ja õpetajatele alati palju peavalu valmistanud. Ilmselt olid need probleemid eelmisele ainekava uuendajate tööühmal silme ees ja seetõttu püüti midagi muuta. Variandina otsustati hajutada selle teema käsitlemine koolis pikemale ajaperioodile. Kuna ainekava on kirjutatud kooliastmeti, siis pole seda ainekavas lihtne näidata. Et piire siiski eristada, tõsteti teema õppesisu suuremas osas III kooliastmesse, II kooliastmesse (6. klassi) jäid protsendi mõiste ja *tervikust osa leidmise* ülesanne. Kolmandas kooliastmes (soovitavalt 7. klassis) käsitletakse kõiki kolme protsentarvutuse põhiülesannet (*arvu leidmine tema osamäära ja protsendimäära järgi, jagatise väljendamine protsentides*) ning *suuruse muutumise väljendamist protsentides*. Sarnane ühe keerulisema teema hajutamine mitme klassi vahele on iseloomulik ka näiteks Singapuri ainekavale. Ontario kasutab teist teed. Seal õpetatakse 6. klassis protsentülesandeid vaid teatud lihtsate osamäärade korral (2%, 10%, jt) ning abivahendeid kasutades. Eesti ainekavas on sisse toodud ka kaks uut, igapäevaelu vajadustest tingitud mõistet – *protsendipunkt* ja *promill* (tutvustavalt), mis pole Eesti ainekavas varem esinenud. Neid mõisteid ei esinenud mitte üheski teises ainekavas. Võimalik, et promillist ja protsendipunktist räägitakse mujal nt loodus- või sotsiaalainete tundides. Protsentarvutuse teemat käsitletakse Bulgaarias 5. klassis, kus samal aastal õpitakse (harilike murdude käsitlemise juures) ja kolme põhiülesande valguses. Õpieesmärkides nähakse %-arvutuse rakendusena eelkõige andmete esitamise ja lugemise oskust diagrammidelt, tabelitest, graafikutelt. Siinkohal õpitakse ka histogrammi tegemist. Eesti ainekava näeb %-arvutuse rakendusi elulisel tasemel: õpilane peaks oskama sooritada tõest protsentarvutust kaubanduse, maksude, laenude, isikliku eelarve jms kontekstis.

Tabel 12. Protsent.

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|--|---|--|---|--|---|--|
| Protsendi mõiste Osa leidmine Terviku leidmine | 4.-6. kl Protsendi mõiste, osa leidmine tervikust 7.-9. kl Leiab, mitu | 5. kl % mõiste, lahendab osa, terviku ja %-i leidmise kolme | Saavutustase 6 (7.-9. kl) Õpilased oskavad määrata, | 6. kl Määrab ja selgitab seoses murdude (nimetajaga 2,4,5,10,20,25,50,100), kümnendmurdude ja | 5. kl Teisendab protsentarvu murdarvuks ja vastupidi. Leiab osa tervikust. | [Mõistet mainitakse esimest korda 4. kl näiteülesandes, kus palutakse diagrammilt lugeda välja õige % ja |

| | | | | | | |
|---|--|--|---|---|---|---|
| <p>Suhte väljendamine %-des</p> <p>Muutumise väljendamine %-des</p> | <p>protsenti moodustab üks arv teisest; määrab suuruse kasvamist ja kahanemist protsentides; määrab suuruse kasvamist ja kahanemist protsentides. Eristab muutust protsentides muutusest protsendipunktides; . Promilli mõiste tutvustavalt.</p> | <p>põhiülesannet. Oskab diagrammilt, tabelist, graafikult informatsiooni lugeda ja interpreteerida, informatsiooni graafiliselt esitada.</p> | <p>milline arv vastab 100%-le ehk tervikule võrdlemise ülesannetes ja kasutab seda, et arvutada puuduv arv või osamäär.</p> | <p>protsentide vahel, kasutades kombitavaid vahendeid, jooniseid, kalkulaatorit</p> <p>7. kl Valib koguse/hulga kirjeldamiseks sobiva esitusviisi (harilik murd/kümnnendmurd/%) (nt "Kasutaksin 10ndmurdu objekti massi või pikkuse kirjutamiseks, aga harilikku murdu tunni osa märkimiseks). Ülesannetes, kus kasutatakse naturaalarve, kümnnendmurde ja %, oskab hinnata vastuse tõepärasust. Oskab arvutada %-des osa arvust, kasutades erinevaid vahendeid (nt paber ja pliiats, kalkulaator, <i>base ten materials</i>). Oskab nimetada, kus % igapäevaelus kasutatakse.</p> <p>8. kl teisendab omavahel kümnnendmurde,</p> | <p>6. kl Lahendab teised protsentülesande tüübid. Lahendab protsentarvutust sisaldavaid kahetehtelisi tekstülesandeid.</p> | <p>põhjendada, miks on seda sektordiagrammilt lihtsam leida kui tulpdiagrammilt.</p> <p>6. kl näiteülesandest on näha, et õpilane oskab öelda, et $\frac{1}{5}$-ga ligikaudne väärtus on umbes 20%]</p> <p>5.-6. kl teab igapäevaselt kasutatavaid murde ja %</p> <p>7.-8. kl oskab leida % naturaalarvust, lihtmurrust, kümnnendmurrust</p> <p>7. kl oskab 4 tehet rakendada naturaalarvude ja ekvivalentsete murdude puhul (s.h %)</p> <p>8. kl oskab 4 tehet rakendada naturaalarvude ja ekvivalentsete murdude puhul (s.h kümnnendmurd, %)</p> |
|---|--|--|---|---|---|---|

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | harilikku murde, %. Lahendab ülesandeid, kus % on antud ühe kümnendkohaga ja kus % on suurem kui 100. Lahendab igapäeva olukordades ette tulla võivaid %-ülesandeid | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

3.3 Mõõtmise ja mõõtühikud

Mõõtmisega esmatutvust tehakse üldiselt objektide võrdlemise teel - milline objekt on pikem-pikim või raskem-raskeim (nt Singapur, Ontario, Uus-Meremaa). Inglismaa, Ontario ja Uus-Meremaa ainekavades on selgelt näidatud, et mõõtmisega alustamisel kasutatakse esmalt erinevaid mittestandardseid mõõtmisviise: klotse, oma keha, muid käepäraseid vahendeid ja objekte. Edasi õpitakse kasutama standardseid mõõtevahendeid ja mõõtühikuid. Bulgaaria kool alustab objektide mõõtmist mõõteriistade abiga (ainekavast ei selgu käsitlemise iseloom). Mõõtmine on tähtsal kohal ainekavas ja mõõdetakse nii joonisel kujutatut (mudelit) kui reaalseid objekte. Saadud mõõtmistulemustega tehakse arvutusi. Nende põhjal antakse hinnanguid või tehakse järeldusi mõõdetavate objektide kohta (4. klassis objektide liigitamine mõõtmistulemuste põhjal). 5. klassis algab kujundite ja kehade süstemaatiline käsitlemine, kus kujundite/kehade ümbermõõdu, pindala, ruumala leidmiseks vajalike suuruste nägemise oskust kinnistatakse vajalike suuruste mudelilt mõõtmise teel. Alates 4. klassist lahendatakse ka ülesandeid, kus osa arvandmeid on antud ja vajaminevaid puuduvaid suurusi tuleb ülesande lahendamiseks jooniselt juurde mõõta. Eesti kooli I kooliastme kavast tooks eraldi välja oskuse silma järgi hinnata pikkusi (täismeeetrites, sentimeetrites).

Mõõtühikute teisendamise alustatakse enamuses riikides alates 2. klassist (erandiks on Uus-Meremaa, kes alustab mõõtühikute teisendamisega alles 7. klassis). Teisendatakse pikkus ja massiühikuid ning ainult naaberühikuid. Pindalaühikud tulevad nii Eesti kui Bulgaaria kooli 4. klassis ning ruumalaühikud 5. klassis - teisendatakse jälle vaid naaberühikuid.

Ajaühikute ja kella õppimisel ei ole riikide ainekavades suuri erinevusi - kõik alustavad õppimisega 1. klassis või 1. kooliastmes, v.a Uus-Meremaa, kus aja tundmist ainekavas õpitulemusena ei väljendata. Matemaatika valdkonnaraamatu käsitlemise põhiselt eristub Eesti kool selgelt Singapuri ja Ontario lähenemisviisist. Eesti õpilased tutvuvad mõistetega minut, tund ning teavad tunni-minuti ja ööpäeva-tunni seost juba 1. klassis, s.t õpivad

ajatundmise intensiivselt ja ühe korraga selgeks. Singapur ja Ontario aga jagavad ajatundmise omandamise mitme klassi peale. Singapuri õpilased alustavad kella tundmist poole tunni täpsusega ning jõuavad 1 minuti täpsuseni 3. klassis. Ontario alustab 1. klassis tunni aja täpsusega ning jõuab samm-sammult 5 minuti täpsuseni samuti 3. klassis (1 minuti täpsust ei mainita). Ontario ja Inglismaa ainekavad on ainsad, mis rõhutavad nii digitaalse kui ka osutitega kella tundmist.

Kalendrit Singapuri ja Inglismaa ainekavad eraldi ei maini (Inglismaa kohta vt allolev tabel). Uus-Meremaa kohta küll õpitulemusi sellisel kujul ajamõõtmise kohta välja tuua ei saa, kuid huvitav on, et 3.-4. klassi õpilasi suunatakse ka ise sobivaid ühikuid ja vahendeid aja mõõtmiseks looma. Bulgaaria 2. klassi koolilaps tunneb kella tunni ja minuti täpsusega ja oskab kellaaega üles kirjutada.

Nurga mõiste juurde jõuavad Inglismaa, Singapuri, Ontario, Uus-Meremaa õpilased pööramise idee kaudu. Näiteks Inglismaa ainekavas [õpilane] “mõistab nurka kui viisi pööramise mõõtmiseks – kasutades täis-, pool- ja veerandpööret”. Meie ainekava sellist metoodilist lähenemist ei väljenda. Kõikide riikide käsitlustes on ühine see, et kohe ei mõõdeta nurki malli abil, vaid hinnatakse ja võrreldakse nurkasid täisnurgaga. Terav- ja nürinurga mõisted lisanduvad täisnurgale enamuses riikides 4.-6. klassis. Erandiks on Bulgaaria, kus 3. klassi õpilane teab nurga liike (täis-, terav-, nürinurk) ja oskab määratleda nurga järgi kolmnurga liiki. Nurga mõõtmist malliga omandatakse teiste riikide õpilastest ka varem (4. klassis).

Nurkade liigitamisel detailsuse aste on riigiti erinev. Nurkadega tutvumise esimesel tasemel ainult täis-, terav- ja nürinurgaga opereerib Inglismaa ja Bulgaaria ainekava, Ontario ja Eesti lisavad sirgnurga, Singapur ka ülinürinurga. Selles valdkonnas räägitakse lisaks nurga otsesele mõõtmisele ka nurkadest geomeetrilistes konstruktsioonides. Nii lisavad Eesti ainekava II kooliastmes ja Singapuri ainekava 7. klassis kõrvu- ja tippnurga ning meie kolmandas kooliastmes ja Singapuris umbes samal ajal (9.-10. klassis) kesk- ja piirdenurga. Singapuri ainekavas märgitakse lisaks kõigele eelnevale ka täiendusnurka, välisnurka. Kuigi Eestis on sirgete paralleelsuse tunnused III kooliastme õppesisus märgitud, siis Singapuris on ära märgitud sellega seoses ka seal kasutatavate nurkade liigid: põik-, sise- ja kaasnurgad. Bulgaaria koolis asutakse nurki põhjalikult käsitlema 7. klassis (kõrvu-, tipp-, lähis-, kaas-, kõrvu, välis-, sise- ja vastasnurk) , 8. klassis lisanduvad ringjoonega seonduvad nurgad (kesknurk ja piirdenurk).

Tabel 13. Mõõtmine ja mõõtühikud

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|----------------------------|---|--|---|--|--|---|
| Kella ja kalendri tundmine | 1.-3. kl Tunneb kella ja kalendrit ning seostab | 1. kl Teab ühikut tund (tunneb kella tunni täpsusega) 2. kl Teab ajaühikut minut, ööpäev, nädal, kuu, aasta. Seos | 1.-2. kl Järjestab kronoloogiliselt tuttavaid | 1. kl nimetab kuud õiges järjekorras ja loeb kalendrist õigesti kuupäeva. | 1. kl Ütleb aega poole tunni täpsusega 2. kl 5 minuti | 1.-2. kl järjestab ja võrdleb sündmusi nende kestuse põhjal 3.-4. kl teeb ise ja |

| | | | | | | |
|----------------------------------|---|--|---|---|--|---|
| | <p>seda oma elu tegevuste ja sündmustega.</p> | <p>tunni ja minuti, tunni ja ööpäeva ja p, nädalapäeva, päeva ja kuu vahel. Tunneb kella tunni ja minuti täpsusega ja oskab kellaaega üles kirjutada. 3. kl Teab ajaühikuid sajand, sekund.</p> | <p>sündmuseid; võrdleb sündmuste kestust standardsetes ajaühikutes</p> | <p>Tunneb digitaalset ja osutitega kella ning oskab öelda aega tunni ja pooltunni täpsusega (Meas_Attr_eelviim 2 tk) 2. kl veerandtunni täpsus 3. kl 5 minuti täpsus (osutitega kell), ütleb aega digitaalkella kasutades ning teisendab kellaaegu 24 h -> vv 12 h 5. kl Sekundi täpsus</p> | <p>täpsus, kasutab lühendeid “p.m”, “a.m”, h ja min; kujutab aega kellamudelil. Ajavahemik poole tunni täpsusega 3. kl 1 minuti täpsus; teisendab tunde minutiteks ja vastupidi ajavahemiku leidmine 4. kl Ühik sekund 24 tunni kell</p> | <p>kasutab sobivaid ühikuid ja vahendeid aja mõõtmiseks. 5. kl mõõdab aega sobivate standardsete ühikutega 10 minuti täpsusega</p> |
| <p>Mõõdab ja joonestab lõigu</p> | <p>1.-3. kl Antud pikkusega lõigu joonestamine. Mõõdab õpitud geomeetriliste kujundite küljed ning arvutab ümbermõõdu. Joonestab</p> | <p>1. kl Kauguse mõõtmise ühik cm, oskab mõõta lõigu pikkust (cm-s) massi ühik kg, rahaühikud (stotinka 1,2,5,10 ja leev 1,2,5,10) Oskab liita-lahutada nimega arve (ühenimelised) oskab mõõta lõigu, kolmnurga, ruudu, ristküliku külgede pikkusi joonisel, mudelil 2. kl Teab kauguse ühikuid m, dm ja seoseid m ja dm, dm ja cm</p> | <p>1.-2. kl Hindab kujundi suurust mittestandardsete ühikutega (nt klotsidega), kasutab mõõtmisel pikkusühikuid.</p> | <p>3. kl</p> | <p>2. klass Hindab pikkust meetrites ja sentimeetrites. Joonistab antud pikkusega [<i>m või cm</i>] sirglõigu.</p> | <p>3. kl Mõõdab objektide pikkusi, pindalasid, ruumala</p> |

| | | | | | | |
|--------------------------|---|--|--|--|--|--|
| | tasandilisi kujundeid; konstrueerib [<i>sirkli ja joonlauaga</i>] võrdkülgse kolmnurga ning etteantud raadiusega ringjoone. | <p>vahel.</p> <p>3. kl Teab pikkusühikuid mm ja km, massiühikuid gramm, tonn, oskab arvutada samanimeliste ühikutega ja teisendada vastavalt etteantud normile</p> <p>4. kl Teab ruudu ja ristküliku mõisteid ning külgi-nurki mõõtes määrab kujundi liigi (ise mõõtes kõiki suurusi või midagi on arvuliselt ette antud ja otsustamiseks vajaliku mõõdab juurde).</p> <p>5. kl Mõisted kahe punkti vaheline kaugus. Mõõdetakse tasapinnaliste kujundite (kolmnurk, ristkülik, ruut, romb, rõõpkülik, trapets) ja ruumiliste kehade (kuup, risttahukas) joonmõõte.</p> | | | | |
| Mõõtühikute teisendamine | <p>1.-3. kl Teisendab pikkus-, massi-, aja- ja rahaühikuid (valdavalt ainult naaberühikuid) Kasutab mõõtes sobivaid mõõtühikuid,</p> | <p>2. kl Pikkuse ühikute teisendamine ühenimelisteks $m \rightarrow dm$, $dm \rightarrow cm$, leida ühenimeliste pikkusühikutega kolmnurga ja ristküliku ümbermõõt.</p> <p>3. kl Teisendab $mm \rightarrow cm$, $m \rightarrow km$, $cm \rightarrow m$, $g \rightarrow kg$, $kg \rightarrow t$.</p> <p>4. kl Teab pinna mõõtühikuid mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2 ja oskab teisendada $mm^2 \rightarrow cm^2$, $cm^2 \rightarrow dm^2$, $dm^2 \rightarrow m^2$</p> | <p>3.-6. kl Teab standardseid ühikuid ja vajadust nende järele; teisendab meetrilisi ühikuid, oskab jämedalt hinnata vanu mõõtühikuid (nt</p> | <p>1. kl kasutab objektide suuruse hindamisel meetripikkust abivahendit</p> <p>2. kl teab standardseid mõõtühikuid</p> <p>4. kl saab teada mõõtühikute vahelise seose</p> <p>5. kl oskab</p> | <p>3. kl Teisendab allpoololevates ühikute paarides mõlemas suunas $km \rightarrow m$, $m \rightarrow cm$, $kg \rightarrow g$, $l \rightarrow ml$</p> <p>Piirang: tekstülesannetes ei pea ühikuid</p> | <p>7. kl Teeb mõõtühikutega lihtsaid naturaalarvulisi teisendusi (meetermõõdustikus)</p> <p>8. kl teeb mõõtühikutega lihtsaid kümnendmurrulisi teisendusi. (meetermõõdustikus,</p> |

| | | | | | | |
|--|---|--|--|---|--|---|
| | <p>kirjeldab mõõtühikute suurust temale tuttavate suuruste kaudu; hindab looduses kaugusi ning lahendab liiklusohutuse ülesandeid; 4.-6. kl Teisendab pikkus-, pindala-, ruumala- ja ajaühikuid.</p> | <p>5. kl Ruumalaühikud cm^3, m^3, dm^3, mm^3. Ei teisendata veel! 6. kl Ümbermõõtu, pindala ja ruumala arvutamisel teab pikkus/pindala/ruumala ühikuid ja oskab vajadusel teisendada.</p> | <p>miil) ja et neid Igapäevases elus kasutatakse.</p> | <p>teisendada m->cm, km->m 6. kl oskab teisendada suuremast mõõtühikust väiksemasse (s.h m, g, l), m^2->cm^2 7. kl oskab [mõlemas suunas] mõõtühikuid teisendada (s.h pindala- ja mahuühikud)</p> | <p>teisendama. 5. kl Teisendamisel suurema ühiku suunas võib kasutada kümnendmurdu (ei teisenda m^3 ja cm^3 vahel). 7. kl teisendab cm^2 ja m^2 ning cm^3 ja m^3 vahel.</p> | <p>Levelid)</p> |
| <p>Nurkade joonestamine, mõõtmine ja liigitamine</p> | <p>1.-3. kl Täisnurk (õppesisus) 4.-6. kl Joonestab, liigitab ja mõõdab nurki (täis-, terav-, nüri- ja sirgnurk, kõrvu- ja tippnurgad) 7.-9. kl Defineerib</p> | <p>3. kl Teab mõisteid nurk, täis-, terav- ja nürinurk. Teab ja oskab määrata nurga liiki, määratlada nurga järgi kolmnurga liiki. Oskab ruudustikku joonestada täisnurka. Teab ühikut kraad. 4. kl Teab ühikut kraad ja oskab malliga mõõta nurga suurust. Seda oskust kasutab ka ruudu ja ristküliku kuju määramisel. 7. kl Teab mõisteid sirgnurk, kesk-, vastas-, lähis-, kaas-, kõrvu-, täis-, terav-, nürinurk, kolmnurga välisnurk ja sisenurk. Teab nurkade liike ja</p> | <p>1.-2 kl Mõistab nurka kui võimalust kirjeldada pööramist, kasutades täis-, pool- ja veerandpööret; 3.-6. kl Tunneb ära nurgad, mis on suuremad, väiksemad või võrdsed täisnurgaga ehk veerandpöördega,</p> | <p>3. kl Kasutab täisnurga määramiseks paberinurka jms, võrdleb nurki täisnurgaga (suurem, võrdne, väiksem) 4. kl Teab nurkade suurust kraadides 5. kl Joonestab, liigitab, mõõdab nurki (täis-, terav-, nüri- ja sirgnurk). [tippnurk on ainult</p> | <p>3. kl Nurk kirjeldab pööramist. Määrab ja võrdleb täisnurgaga. Ühikut ei ole. 4. kl Tähistab nurka ($\angle ABC$) ja mõõdab nurka kraadides. Seostab $\frac{1}{4}$ pööret on 90°, $\frac{1}{2}$ on 180°, $\frac{3}{4}$</p> | <p>Näiteülesannetest nähtub, et täisnurga mõiste on 7. klassiks selge (MS näiteül 6)</p> |

| | | | | | | |
|--|------------------------------|--|--|--|---|--|
| | <p>kesk- ja piirdenurka.</p> | <p>nendevahelisi seoseid, mis tekivad paralleelsete sirgete lõikamisel kolmandaga. Kahe sirge paralleelsuse tunnus. sirgete aksioom, omadused.</p> <p>Oskab nurki võrrelda erinevates geomeetrilistes situatsioonides. Oskab leida suvalise hulknurga sisenurkade ja välisnurkade summat. Anda õpilasele võimalus lahendada selles vallas arvutus- ja tõestamisülesandeid</p> | <p>oskab hinnata selle põhjal nurga suurust, mõõdab ja joonistab terav-, täis- ja nürinurga 1° täpsusega</p> | <p>sõnastikus, ainekavas mitte]. Kasutab malli kuni 90-kraadiste nurkade mõõtmiseks ja konstrueerimiseks.</p> <p>6. kl Mõõdab ja konstrueerib kuni 180-kraadiseid nurki</p> | <p>on 270° ja täispööre on 360°.</p> <p>Joonistab malli abil nurga. Piirang: Ei mõõda ega joonista nürinurka.</p> <p>8 – punkti kompass.</p> <p>5. kl Joonistab malli abil antud nurga.</p> <p>7. kl Täis-, terav-nüri-, ülinürinurk, täiendusnurk, kõrvunurgad, tippnurgad, sise- ja välisnurgad. Kahe paralleelse sirge lõikamisel kolmanda sirgega tekkivad sie-, põik- ja kaasnurgad.</p> | |
|--|------------------------------|--|--|--|---|--|

3.4 Geomeetria

3.4.1 Planimeetria

Esmatutvustus geomeetriliste kujunditega

Esmatutvust geomeetria valdkonnaga tehakse kujundite tundmaõppimise kaudu. Kõikide riikide õpilased (v.a Uus-Meremaa) tunnevad ja oskavad kirjeldada nelja põhikujundit (kolmnurk, ruut, ristkülik, ring) juba 1. klassis (vt järgmises tabelis). Eesti ja Bulgaaria võtavad põhikujundina vaatluse alla ka lõigu. 2. klassis tegeldakse nendesamade kujundite mõõtmise ja joonistamisega. Teistest riikidest eristuvad Ontario ja Bulgaaria käsitlused, mida vaatame lähemalt.

Ontario koolis on geomeetria objektidega tutvumine ülispiraalne. 2. klassis eristab õpilane kõigepealt objektide geomeetrilisi (külgede, tahkude arv) ja mittegeomeetrilisi (värv, materjal) parameetreid, kasutades erinevaid tajumise vahendeid (enaktilisus). Nad uurivad, kirjeldavad ja rühmitavad erinevaid hulknurki (kolmnurgad, ..., kaheksanurgad). 3. klassis võetakse sama uurimistöö ette, kuid nüüd tehakse seda ikooniliselt. Õpilane uurib ja selgitab ka kujundi omadusi - näiteks selgitab eri tüüpi nelinurkade omadusi (ruut on ristkülik, sest tal on 4 külge ja 4 täisnurka; romb on rööpkülik, sest selle vastasküljed on paralleelsed), seejuures ei nõuta matemaatilist korrektsust. 4. klassis uuritakse ja võrreldakse eri tüüpi nelinurki (ristkülik, ruut, trapets, rööpkülikud, romb) ning rühmitatakse neid geomeetriliste parameetrite järgi (nt võrdse pikkusega küljed, paralleelsed küljed, sümmeetria, täisnurkade arv). 5. klassi õpilane eristab korrapäraseid hulknurki teistest hulknurkadest. Ka Bulgaarias tegeletakse varakult (2. klassis) liigitamise ja klassifitseerimisega, kuid nemad õpivad kohe "õiget" tunnust üles leidma - uuritavat kujundit (kolmnurka) liigitatakse külgede järgi (ise-, võrdkülgne, võrdhaarne). Liigitust oskavad nad teostada nii külgede pikkuste arvandmete kui nende mõõtmistulemuste järgi. Samuti osatakse kolmnurga, ruudu ja ristküliku ümbermõõtu mõõta ja arvutada (vajadusel teisendada naaberühikuid). 3. klassis õpitakse määrama nurga liiki, nurga järgi kolmnurki liigitama ja eri tüüpi kolmnurki ruudustikku joonestama. Seega näeme nende riikide ainekäsitluses olulisi erinevusi, mis on tingitud ealistest iseärasustest (Ontario 2. klassi laps on 6-aastane, Bulgaarias 8-aastane). Ontario on valinud lähenemisteks alustada õpet varakult ja teha seda väga "lühikeste sammudega" ja väga spiraalselt, Bulgaaria alustab hiljem ja viib õpet läbi kontsentreeritult ja süstematiseeritult. Eespool kirjeldatu põhjal on ka näha, mis tasemele 10-aastased lapsed mõlemas riigis on jõudnud. Eesti ja Singapur alustavad kolmnurkade liigitamist 4.-6. klassis, Inglismaa hiljem (7.-9. klassis).

Kujundite käsitlemise järgmine kontsenter sisaldab kujundi määratlemist (defineerimist), tema elementide ja omadustega tutvumist, ümbermõõdupindala leidmist. Vaatleme siin samavanuste õpilastega riike - Eestit ja Bulgaariat. Bulgaarias viiakse järgmisel tasemel kujunditega tutvumine läbi 5. klassis. Siin vaadeldakse kolm- ja nelinurki koos süsteemselt (uuritakse kolmnurka, ristkülikut, ruutu, rombi, rööpkülikut, trapetsit) ja kujundatakse välja terviklik pilt. Tutvutakse joonelementidega (alus, kõrgus, kesklõik, diagonaal), kujundi omadustega (lähis- ja vastasküljed, ristuvad ja

parallelsed küljed, nurgad), ümbermõõdu ja pindala mõistete ja leidmisega. Õpilane peab oskama vajalikke joonelemente kujundilt leida (mõõta), et siis ümbermõõtu ja pindala leida. Samuti peab oskama ümbermõõdu ja pindala valemist joonelemente arvutuslikult leida. Seega põhikujundite süsteemne käsitus on täies mahus 5. klassis. Eesti koolis on vastav õpe jagatud lausa kahe kooliastme vahel. Lihtsamaid kujundeid (kolmnurk, ristkülik, ruut) soovitab valdkonnaraamat käsitleda 4. klassis, rööpkülikut, rombi 7. klassis, trapetsit 8. klassis. Seega, varajastes klassides tegeldakse üksikute kujundite vaatlemisega ja üldist struktuuri ei luua. Alles vanemates klassides kujundatakse tervikpilti ja siis vaadeldakse “uusi” kujundeid ka põhjalikult koos nende omaduste tõestamisega.

Pindala mõiste käsitlemine

Pindala mõiste ja pindala leidmise strateegia omandamine erinevate kujundite korral ei ole õpilastele kerge. Seetõttu on maad, mille ainekavad sisaldavad ka metoodilisi nõuandeid, pööranud suurt tähelepanu pindala mõiste kujundamisele. Järgnevalt vaatleme, kuidas jõutakse erinevate kujundite pindalade arvutamise oskusele eri maade ainekavades.

Ruut, ristkülik. Märgime kõigepealt, et teatud maade (Ontario, Singapur, Bulgaaria) ainekavades on pindala arvutamine *Mõõtmise* ainevaldkonna teema, mitte *Geomeetria* valdkonda teema. Mõnest ainekavast on näha, et seal tehakse nooremates klassides propedeutilist tööd, kasutades kujundi pindala hindamist selle katmisega ühesuuruste või ka erisuuruste kujunditega (Inglismaa, Ontario, Singapur) või lastakse pindala ja kujundi külgede vahelist seost õpilasel endal avastada (Ontario). Kui pindala mõiste on omandatud, hakatakse ruutudeks ja ristkülikuteks jaotatud kujundi pindala nägema teatud arvude korrutisena (Singapuri 3. klassis). Singapuri õpilased ongi noorimad, kes ristküliku pindala valemit rakendavad. Teistes riikides tutvutakse pindalaga 4.-5. klassis ehk vanuses 10-11 aastat (Inglismaa, Uus-Meremaa). Eesti kooli ainekavas ei leidunud märget ruudu ja ristküliku pindala arvutamise kohta (ilmselt tehniline viga), kuid valdkonnaraamatu põhisel peaksid meie õpilased sellega tegelema 4. klassis.

Kolmnurga pindala valem on jõutakse enamuses riikides klass hiljem võrreldes ristküliku pindala valemiga (Inglismaa, Singapur, Ontario, Uus-Meremaa). Erandiks on Bulgaaria, kes tutvub kõigi kolm- ja nelinurkadega 5. klassis ning Eesti, kus vaadeldakse kolmnurga pindala kaks klassi hiljem (6. klass, aineramatu põhisel) ja siis koos kolmnurga võrdsuse tunnustega. Eestis, Uus-Meremaal ja Inglismaal hakatakse seega kolmnurga pindala valemit kõige hiljem rakendada. Ontario ainekava kirjeldab kolmnurga pindala valemist jõudmist ristküliku tükeldamise teel. Keerukama, murdjoonega piiratud kujundi pindala leidmist oodatakse Inglismaa, Ontario ja Singapuri õpilastelt, kes peavad kujundi esmalt tükeldama sobivateks ristkülikuteks ja kolmnurkadeks.

Rööpkülik, romb, trapets. Nende kujundite vaatlemisel võime tinglikult eristada kolme moodi lähenemist. Bulgaaria käsitleb kõiki nelinurki süsteemselt 5. klassis ja oskab siis ka nende pindalasid leida. Ontarios ja Singapuris, kus on tegeletud tükeldamisega, osatakse samuti küllalt varakult

isegi trapetsi pindala leida ja rakenduslikke ülesandeid lahendada (7. klass). Ülejäänud riigid (Eesti, Inglismaa, Singapur) tegelevad pindala leidmisega siis, kui minnakse nende kujundite uurimise juurde tõsisemalt (näiteks Eestis III kooliaste).

Ringi pindala leidmist vaadeldakse Eestis II kooliastme lõpus ja Bulgaarias 6. klassis. Mõnevõrra hiljem käsitletakse seda Inglismaal ja Ontarios (8. klass). Singapuri ainekavast rääkides peab ära märkima, et õpilased kasutavad arv π lähendile 3,14 lisaks ka harilikku murdu $22/7$, samuti peavad õpilased oskama leida veerandringi pindala ja übermõõtu (6. klass). Singapuri koolis on olulist tähelepanu pööratud kujundi tükeldamisele, seega oskavad nad seda ka siin hästi rakendada. Uus-Meremaal hakatakse ringi pindala arvutama gümnaasiumis.

Tabel 14. Põhikujundite pindala käsitlemine

| | Eesti (1. kl – 7.kl) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|-----------------------------------|---|---|---|---------------------------------|----------------------------------|--|
| Mõõdab ja joonestab lõigu pikkuse | 1.-3. kl Antud pikkusega lõigu joonestamine | 1. kl Oskab lõigu pikkust mõõta, antud pikkusega lõiku joonestada (cm-s), mõõta kolmnurga, ruudu, ristküliku külgede pikkusi joonisel ja mudelil 2. kl Oskab kolmnurga, ruudu ja ristküliku küljepikkuseid mõõta ja übermõõtu arvutada (vajadusel teisendada naaberühikuid) | 1.-2. kl Hindab kujundi suurust mittestandardsete ühikutega (nt klotsidega), kasutab mõõtmisel pikkusühikuid; | 3. kl | 2. kl | 3. kl mõõdab objektide pikkusi, pindalasid, ruumala |

| | | | | | | |
|-----------------------------|--|--|--|--|--|--|
| Ruudu ja ristküliku pindala | – On ilmselt mõeldud II kooliastmesse , aga märke ainekavas puudub (Valdkonnaraamatu põhjal asub 4. klassis) | 5. kl - Pindala mõiste, oskab leida ruudu ja ristküliku pindala ja teab vastavaid mõõtühikuid. Teab vastavaid joonelemente, mida vaja pindala leidmiseks, oskab neid mõõta ja pindala leida. Oskab pindala valemist arvutuslikult joonelemente leida. | 3.-6. kl Leiab ristküliku pindala valemiga ja mõistab selle viisi seost ruutude loendamisega. Saavutustase 4 Leiab pindala loendades ruute. Saavutustase 5 Mõistab ja kasutab ristküliku pindala leidmisel valemit (ületab ootuseid 6 klassi lõpetajale) | Pindalasid kõigepealt mõõdab, hindab, võrdleb. 4. kl Saab uurimise kaudu teada seose ristküliku küljepikkuste ja \bar{U} , S vahel. 5. kl Formuleerib uurimise kaudu valemi risküliku \bar{U} , S arvutamiseks ning rakendab seda. | 3. kl Tasandilise kujundi pindala ruutühikutes, siis m^2 ja cm^2 . Kasutab ristküliku ja ruudu pindala arvutamisel valemit. 4. kl Leiab sellise kujundi pindala, mis on jaotatav ruutudeks ja ristkülikuteks. Ei leia külge, kui on antud teine külge ja pindala. | 5.-6. kl Leiab ristküliku pindala, rakendades korrutamist. 6. kl kasutab ühikruute [jms] ristküliku pindala leidmiseks 7. kl Kasutab külgede pikkusi, et leida ristküliku \bar{U} , S |
| Kolmnurga pindala | 4.-6. kl Joonestab kolmnurga kõrgused ning arvutab kolmnurga pindala. | 5. kl - Oskab leida kolmnurga pindala ja teab vastavaid ühikuid. Teab vastavaid joonelemente, mida vaja pindala leidmiseks, oskab neid mõõta ja pindala leida. Oskab pindala valemist arvutuslikult joonelemente leida. | 7.-9. kl Kasutab oma teadmisi ristkülikust, rööpkülikust ja kolmnurkadest, et tuletada pindala valemid. Arvutab ümbermõõdusi ja pindalasid kujunditele, mida saab tükeldada ristkülikuteks ja kolmnurkadeks. | 6. kl Jõuab uurimise kaudu (nt <i>pattern blocks</i> , hulknurkade maketid, dün.geom, mm-paber) seoseni ristküliku ja kolmnurga, ristküliku ja rööpküliku pindala vahel kas ristküliku tükeldamisel (nt kaheks kongruentseks kolmnurgaks) või vastupidi, kolmnurki liites. [NB teema on mõõtmise, mitte | 5. klass Leiab ja mõõdab kolmnurga aluse ja kõrguse ning arvutab pindala. Kasutab pindala valemit. Ei leia nt alust, kui teab kolmnurga pindala ja kõrgust. | 8. kl Kasutab külgede pikkusi, et leida kolmnurga \bar{U} , S |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | geom all]. Formuleerib valemid, kasutab neid ülesannetes. | | |
| Teiste nelinurkade ja ringi pindalad | 4.-6. kl – Arvutab ringjoone pikkuse ja ringi pindala. Arvutab kuubi ning risttahuka pindala 7.-9. kl Arvutab kujundite [rööpkülik, romb, püstprisma, püramiid aga trapets on unustatud märkida ka õppeprotsessi kirjelduses?] joonelemendid, übermöödu, pindala | 5. kl - Oskab leida rööpküliku, rombi ja trapetsi pindala ning teab vastavaid ühikuid. Teab vastavaid joonelemente, mida vaja pindala leidmiseks, oskab neid mõõta ja pindala leida. Oskab pindala valemist arvutuslikult joonelemente leida. 6. kl - Ringi pindala. | 7.-9. kl Vt eelmine. Saavutustase 6 Lisaks eelmistele oskab leida ringjoone pikkust ja ringi pindala. | 4. kl Hindab ja mõõdab eri vahendeid kasutades (nt cm-paber, geotahvel) hulknurkade Ü ja S 5. kl jätkab samaga, aga teeb vahet korrapärastel ja mittekorrapärastel hulknurkadel 7. kl Leiavad pindala mõõtmise rakendusi igapäevaelust (nt rula ehitamine, toa värvimine). Trapetsi pindala. Murdjoonega ümbritsetud kujundi pindala. 8. kl saab uurimise kaudu teada ja formuleerib ringi Ü, S valemi | 6. kl Arvutab ringi, pool- ja veerandringi pindala ja übermöödu. 7. kl Rööpküliku ja trapetsi pindala | 8. kl Näiteülesandest (6. ül) võib järeldada, et õpilane tunneb vähemalt järgmisi hulknurki: ruut, ristkülik, romb, kuusnurk, kaheksanurk, ring. Ringi Ü, S leida ei oska. 7.-8. kl Kasutab külgede pikkusi, et leida rööpküliku Ü, S. |

Geomeetrilised konstruktsioonid

Sirkli ja joonlaua geomeetria ehk geomeetrilised konstruktsioonid on au sees Bulgaarias, Eestis ja Ontarios. Juba 2. klassis joonestatakse joonlauaga sirgjoont Bulgaarias ja 3. klassis konstrueeritakse võrdkülgset kolmnurka ja ringjoont Eestis. Teises kooliastmes jätkuvad meil järjepidevalt konstrueerimised igas klassis (kolmnurga joonestamine kolme külje järgi, nurkade joonestamine, nurga ja lõigu poolitamine, paralleelsete ja ristuvate sirgete konstrueerimine, mistahes kolmnurga konstrueerimine). Kolmandas kooliastmes lisanduvad rõõpküliku, rombi konstrueerimised, kolmnurga ja trapetsi joonelementide, ringjoonega seonduvate nurkade ja sirgete konstrueerimine, kolmnurga ümber- ja siseringjoone joonestamine, korrapäraste hulknurkade konstrueerimine. Viimases kooliastmes on Eesti õppekavasse lisatud konstrueerimise oskus nii joonestusvahenditega kui dünaamilise geomeetria programmiga (näiteks GeoGebra). Bulgaarias alustatakse konstruktsioonülesannetega hiljem – 7. klassis. Lisaks meie programmis ettenähtule tegeldakse veel geomeetriliste vektoritega. Ontario koolilaps tegeleb 5. klassis kolmnurkade konstrueerimisega nii sirkli kui dünaamilise geomeetria programmiga ja 7. klassis paralleelsete, ristuvate ja 30-, 45- ning 60-kraadise nurga all lõikuvate sirgete konstrueerimisega. 6. klassi materjalides on sõnastatud kolmnurga konstrueerimise kohta avatud ülesanne: konstrueerida kolmnurk, mille kohta antakse teada selle pindala või ümbermõõt. Sel kombel antud tingimusele vastab kindlasti mitu erinevat kolmnurka. Niisiis näitab Ontario ainekava selgelt, et vaja on tegeleda avatud ülesannete probleemide lahendamisega. Sellise ülesande andmise juures on veel märgitud, et kolmnurka võib konstrueerida dünaamilise geomeetria programmi vahendeid kasutades või geotahvilil või ruudulisel paberil. Seega ülesanne võib olla antud ka pindalaühikuid kasutamata. Singapuris on kolmnurga konstrueerimine jaotunud kahte klassi. Nende 5. klassi õpilased ei kasuta veel konstrueerimise juures sirklit, seega nad ei saa konstrueerida näiteks kolmnurka kolme külje järgi. Seda vaadeldakse 7.–8. klassis, kui on töövahendite loetelus sirkel ning uuritakse kolmnurkade võrdsuse tingimusi. Uus-Meremaal tulevad konstruktsioonülesanded kõrgemas kooliastmes – gümnaasiumis.

Geomeetrilised teisendused (peegeldused punktist, sirgest, lüke, pööre)

Inglismaa, Ontario, Singapuri ja Uus-Meremaa ainekavadest jäi eriliselt silma ruumikujutluse arendamisega seotud küsimused ning muustritega seonduv. Esiteks nad tegelevad palju ruumikujutluse arendamisega: kujundite peegeldamine, lüke, pööramine jm asendiga seonduv. Esimestes klassides jõutakse läbi pööramise nurga mõisteni. Siis otsitakse erinevates kujundites telg- ja muid sümmeetriad. Teises kooliastmes peaks ainekava kohaselt õpetama visualiseerima ja kirjeldama liikumist, teisendama kehi praktilistes situatsioonides ning IKT vahendite abil; visualiseerima ja ennustama keha asendit pärast pööret, peegeldamist või lüket. Teiseks räägitakse Inglismaa III kooliastmes (7.–9. klass) lookusest ja see oleks meie kooli jaoks küllalt uudne. Inglismaa ainekava kohaselt peaks õpilastele õpetatama leidma lookuseid nii arutledes, kui ka kasutades IKT vahendeid loomaks kujundeid ja jälgi (teid). Kuigi ainekava tekstist ei ole päris täpselt aru saada, kuidas käsitlemist on mõeldud, peaks see olema tugevalt seotud geomeetriliste konstruktsioonidega. Lookus tähendab teatavat tingimust rahuldavate punktide hulka tasandil või ruumis. Näiteks võtame lõigu, leiame kõik sellised punktid, mis on antud lõigu otspunktidest võrdsetel kaugustel, sel kombel saaksime lõigule keskristsirge. Sel juhul on saadud keskristsirge lookus. Seega meil on sarnaseid arutlusi koolis, kuid ei kasutata ei jälje ega ka lookuse mõistet (vähemalt mitte ainekavas). Neljandas

kooliastmes jõutakse selleni, et **lookuseid** püütakse kirjeldada valemi kujul ehk lookuse mõiste on nihkunud geomeetria valdkonnast algebra valdkonda.

Geomeetrilisi teisendusi – peegeldust punktist, peegeldust sirgest, lüket, pööret tehakse kujunditega ka Bulgaaria 8. klassis. Ainult Eesti koolis (II kooliaste) käsitletakse vaid peegeldust sirgest ja punktist ning peegeldamise objektiks on lõik, kolm- ja nelinurk. Rõhutatakse ka IKT võimaluste kasutamist ning sümmeetria nägemist looduses, arhitektuuris ja kunstis.

Hulknurkade käsitlemine

Kujundite käsitlemise propedeutikast ja põhikujunditega (kolm- ja nelinurgad) tutvumisest rääkisime eespool. Siinkohal vaatleme kujundite süstemaatilisemat käsitlemist. Kolmnurkade omadustega tutvumisel ja käsitlemisel võime täheldada riigiti suuri erinevusi. Eesti ja Bulgaaria tegelevad teemaga põhjalikult ja süstemaatiliselt - kolmnurkade võrdsuse uurimine (vastavaid tunnuseid kasutades), sirklikonstruksioonide tegemine, kolmnurgas kehtivate seoste tundmine ja tõestamine. Mõlemas riigis õpetatakse tõestamise aluseid just geomeetria baasil. Erinevuseks kahe riigi vahel on see, et Eestis algab õpetus varem (II kooliaste) ning on jagatud mitme klassi vahel. Bulgaarias algab hiljem ja on koondatud ühte klassi (7. klass). Singapuri ja Ontario õpilased teavad küll kongruentsete ja sarnaste kujundite omadusi ning uurivad kujundeid (kujundi suurendamine ja vähendamine vastavalt tegurile). Singapuris rakendatakse neid teadmisi ka elulistes ülesannetes (plaanimõõt jm). Ontario kasutab plaanimõõtu alles gümnaasiumis. Uus-Meremaa ainekava lõpetab kujundite käsitlemise kujundi ja tema elementide tutvumisega ja übermõõdu-pindala leidmisega. Hulknurkade sarnasust uuritakse alles gümnaasiumis, kuigi kujundite võrdlemisest räägitakse ka põhikoolis. Plaanimõõtu õpitakse Uus-Meremaal kasutama 7. klassis. Inglismaa ainekavast ei selgu temaatika käsitlemise sügavus, teemadena on vaid kirjas *kolmnurkade liigid, kongruentsus*. Inglismaa ainekava sisu geomeetria osa jääb kesisemaks võrreldes meie ainekavaga. Vaid viimasel saavutustasemel 8 rakendatakse kujundite võrdsust ja sarnasust, kuid kolmnurgaga seotud omadusi oli neil uues ainekavas vähem kirjas (ei olnud võrdsuse tunnuseid, kolmnurga ümber- ja siseringjoont, mediaani jms). Hulknurkade sarnasuse käsitlemisel Eestis vaadeldakse nii sarnasuse tunnuseid kui vastavaid teoreeme, õpitakse neid rakendada nii matemaatika- kui rakendusliku sisuga ülesannetes (pikkuste kaudne mõõtmine, maa-ala kaardistamine, plaani kasutamine looduses). Bulgaarias käsitletakse hulknurkade sarnasust suure põhjalikkusega järgmises kooliastmes.

Tabel 15. Hulknurkade käsitlemine

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|-----------------------|-------------------------------|--|-------------------------------------|--|---|---|
| Hulknurkade elemendid | 1.-3. kl Kolmnurk, | 1. kl Tunneb kujundit (ruut, ring, | 1.-2. kl Nimetab 2D ja 3D | 1. kl Tunneb ära ja kirjeldab tavalisemaid | 1. kl kirjeldab ja liigitab nelja | 7.-8. kl Määrab 2- ja 3- dimensionaalsete |

| | | | | | | |
|--|--|--|---|---|---|---|
| | <p>nelinurk; nende tipud, küljed ja nurgad (eristamise ja äratundmise tasemel)</p> | <p>kolmnurk, ristkülik, lõik) 2. kl Teab kolmnurkade liigitamist külgede järgi (ise-, võrdkülgne, võrdhaarne) ja oskab liigitada (külgede pikkuste arvandmete järgi; mõõtmistulemuste järgi). Oskab leida ruudu ja ristküliku übermõõtu, kui kujundid joonestatud ruudustikus või on antud külgede pikkused või ühe külje pikkus ja erinevus teisest küljest. 3. kl Teab mõisteid sirgjoon, kõverjoon, kiir, lõik, nurk, täis-, terav- ja nürinurk, täis-, terav- ja nürinurkne kolmnurk, geomeetiline kujund. Määrab nurga liiki,</p> | <p>kujundite elemente, kirjeldab kujundeid.</p> | <p>tasandilisi kujundeid (nt ring, kolmnurk, ristkülik, ruut) ning rühmitab-liigitab neid nende parameetrite (värv, suurus, materjal, külgede arv) järgi, kasutades tajutavaid materjale ja piktogramme. 2. kl eristab objektide geomeetrilisi (külgede, tahkude arv) ja mittegeomeetrilisi (värv, materjal) parameetreid, kasutades erinevaid tajutavaid vahendeid. Tunneb ära ja kirjeldab erinevaid hulknurki (kolmnurgad, ..., kaheksanurgad) ning rühmitab neid geomeetriliste parameetrite järgi (külgede, tippude arv), kasutades tajutavaid vahendeid (enaktilisus). 3. kl Tunneb ära ja võrdleb hulknurki (kolmnurgad, ..., kaheksanurgad) ning rühmitab neid geomeetriliste parameetrite järgi</p> | <p>tasandilist kujundit) 5. kl Määrab ja nimetab kolmnurkasid: võrdkülgne, võrdhaarne ja täisnurkne; kasutab tingimust, et kolmnurga sisenurkade on 180 kraadi; leiab kolmnurgal puuduva nurga; Määratleb ja nimetab: rööpkülik, romb, trapets. Leiab puuduva nurga nelinurgal. Joonistab antud külgede ja nurkade korral õpitud nelinurga.</p> | <p>kujundite rühmad geomeetrilise parameetrite järgi.</p> |
|--|--|--|---|---|---|---|

| | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|
| | | <p>määrab nurga järgi kolmnurga liiki.</p> <p>5. kl Mõisted: kolmnurk, nelinurk, ristkülik, rööpkülik, ruut, romb, trapets; alus, kõrgus, kesklõik, diagonaal, lähis- ja vastasküljed, ristuvad ja küljed, pindala. Oskab ruudustikus joonistada kolmnurka, ristkülikut, ruutu, rombi, rööpkülikut, trapetsit. Teab joonelemente, oskab neid mõõta ja leida übermõõtu, pindala. Oskab valemist joonelemente leida.</p> <p>7. kl Mõisted: nelinurga vastas- ja lähisküljed, rööpkülik, ristkülik, romb, ruut, trapets, võrdhaarne trapets. Teab kujundite definitsioone, elemente. Võimeline</p> | | <p>(külgede arv-suurus, sisenurkade arv, täisnurkade arv) [Nüüd tehakse ikooniliselt.] Selgitab eri tüüpi nelinurkade omadusi (“nt ruut on ristkülik, sest tal on 4 külge ja 4 täisnurka; romb on rööpkülik, sest selle vastasküljed on paralleelsed.”) [NB! Omaduste selgitamisel ei ole nõutud matemaatilist täpsust!!!!]</p> <p>4. kl Tunneb ära ja võrdleb eri tüüpi nelinurki (ristkülik, ruut, trapets, rööpkülikud, romb) ning rühmitab neid geomeetriliste parameetrite järgi (nt võrdse pikkusega küljed, paralleelsed küljed, sümmeetria, täisnurkade arv)</p> <p>5. kl Eristab korrapäraseid hulknurki teistest hulknurkadest</p> <p>8. kl Nelinurkade rühmitamisel ja võrdlemisel lisandub geomeetriliste</p> | |
|--|--|---|--|--|--|

| | | | | | | |
|--|--|--|--|---|--|--|
| | | <p>avastama rööpküliku liigitust, rööpküliku omadusi tõestama (nurkade, diagonaalide om), oskab omadusi kasutada. Teab nelinurga liigitamise tunnuseid.</p> <p>Konstrueerib rööpküliku omadusi kasutades.</p> <p>8. kl Mõisted: kolmnurga ja trapetsi kesklõik, mediaanide lõikepunkt (raskuskese), omadused, nende rakendamine. On võimeline avastama seoseid, mis on seotud kesklõiguga. Anda õpilasele võimalus õppida tundma erinevaid tõestamise viise (kesklõigu ja raskuskeskme käsitlemisel tõestamine vektorite abiga, kolmnurkade võrdsuse abiga jne)</p> | | <p>parameetrite hulka <i>diagonaal</i>.</p> | | |
|--|--|--|--|---|--|--|

| | | | | | | |
|-----------------------------|--|--|--|--|--|--|
| Kolmnurga sisenurkade summa | 4.-6. kl Rakendab kolmnurga sisenurkade summat ja kolmnurkade võrdsuse tunnuseid (KKK, KNK, NKN) ülesandeid lahendades | 7. kl Kolmnurga sisenurkade summa, kolmnurga välisnurk, oskab leida suvalise hulknurga sisenurkade ja välisnurkade summat. | 3.-6. kl Teab kolmnurga nurkade summa on 180 kraadi (Saavutustase 5) | 8. kl Teeb uurimise kaudu kindlaks, mis on kolmnurga sisenurkade summa ning lahendab sisenurki ja täiendusnurki puudutavaid ülesandeid | 5. kl Kasutab omadust, et kolmnurga nurkade summa on 180° ja leiab puuduva nurga. | Sisenurga mõiste tuleb näiteülesannete järgi sisse vähemalt 8. klassis (näiteül 6) |
| Kolmnurga omadused | 4.-6. kl Liigitab kolmnurki külgede ja nurkade järgi. Rakendab kolmnurkade võrdsuse tunnuseid (KKK, KNK, NKN) ülesandeid lahendades. 7.-9. kl Kolmnurkade sarnasuse tunnused. Defineerib kolmnurga kesklõiku, | 5. kl Oskab kolmnurki liigitada nurkade ja külgede järgi 7. kl Mõisted: lõigu keskpunkt, lõigu keskristsirge, nurgapoolitaja, kolmnurga mediaan ja nurgapoolitaja. Oskab konstrueerida lõiku, mis on võrdne etteantuga, lõike liita/ lahutada ja võrrelda. Joonestab etteantud suuruste põhjal kolmnurka. 7. kl - Mõisted võrdsed kolmnurgad, vastavad elemendid. | 7.-9. kl Välisnurk, kolmnurkade liigid, kongruentsus | 5. kl Tunneb ära kolmnurkade liigid (terav-, täis-, nürinurksed, erikülgsed, võrdhaarsed, võrdkülgsed) Konstrueerib kolmnurga, kasutades erinevaid vahendeid (nt mall, joonlaud, sirkel, dün. geom. tarkvara), kui on antud teravnurk või täisnurk ja külje pikkused. 7. kl Tunneb uurimise tulemusel ära, mis on minimaalsed nõuded kolmnurga joonestamiseks (s.o külgnurk-külg, KKK, NKN). (Nt "Kui on teada ainult | 5. kl Kolmnurkade liigitamine (nurkade järgi), konstrueerib antud mõõtmete korral kolmnurga kasutades joonlauda ja malli (ei kasuta sirkli). 7. kl Kolmnurga omadused; konstrueerib nurgapoolitaja (sirkli abil) 8. kl Kongruentsete | Ühes näiteülesandes (8. kl ül. 6) on mainitud mõisteid <i>täisnurkne kolmnurk</i> , <i>võrdkülgne kolmnurk</i> , <i>erikülgne kolmnurk</i> , kuid sellest ei nähtu, kas ka õpilane nende mõistete ja/või kujunditega opereerib |

| | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|
| | <p>mediaani, ümber- ja siseringjoont. Kirjeldab kujundite omadusi ning klassifitseerib neid ühiste omaduste põhjal.</p> | <p>Rakendab kolmnurkade võrdsuse tunnuseid. Leida võrdseid kolmnurki ja tõestada nende võrdsust. Kasutab võrdkõlgse kolmnurga, täisnurkse 30°-se kolmnurga, hüpotenuusile joonestatud mediaaniga täisnurkse kolmnurga omadusi. Rakendab keskristsirge ja nurgapoolitaja omadusi. Sooritab põhikonstruktsioone: joonestab nurgaga võrdset nurka, nurki liita/lahutada, nurka poolitada, antud sirgele ristsirge ja paralleeli, lõigule keskristsirge joonistamine, kolmnurga konstrueerimine 2 külje ja nendevahelise nurga</p> | | <p>üks kolmnurga külge, saab joonestada väga palju erinevaid kolmnurki. Kuid ma saan joonestada ainult ühe kolmnurga, kui on teada kõik kolm külge.”)</p> <p>8. kl teeb uurimise kaudu kindlaks, mis on kolmnurga sisenurkade summa ning lahendab sisenurki ja täiendusnurki [täisnurkses] puudutavaid ülesandeid</p> | <p>ja sarnaste kujundite omadused. Plaanimõõt.</p> | |
|--|---|--|--|--|--|--|

| | | | | | | |
|------------------------------------|--|--|--|--|--|--|
| | | ning külje ja 2 lähisnurga abil. 7 kl - Rakendab geomeetriliste võrratuste teoreeme (kolmnurga külgede vahel, külgede ja nurkade vahel). Kolmnurga konstrueerimine kolme külje järgi. | | | | |
| Hulknurkade sarnasus ja plaanimõõt | 4.-6. kl Teab plaanimõõdu tähendust ja kasutab seda ülesandeid lahendades. 7.-9. kl Kasutab kolmnurkade ja hulknurkade sarnasust probleemülesandeid lahendades. | 6. kl Mõisted hulknurk, korrapärane hulknurk, selle keskpunkt, apoteem, übermõõt, tcenter (keskpunkt). Tunneb korrapärase HN kuju, elemente ja omadusi. Oskab HN joonistada ümber-ringjoone abiga. Avastab kogemuslikult tasapinnaliste kujundite omadusi. 8. kl Mõisted geomeetiline teisendus, samasus, kujutis, telg-sümmeetria, sümmeetriatelg, | 7.-9. kl Hulknurkade sarnasus, mis sisaldab ka skaala kasutamist | 3. kl Tunneb ära tasandilised kongruentsed kujundid, liigutades sobivalt kombinavaid vahendeid (nt pöörates, peegeldades) 7. kl eristab ja võrdleb sarnaseid ja kongruentseid kujundeid, kasutades erinevaid vahendeid (nt ruuduline paber, dün.geom. tarkvara) ja strateegiaid (nt kõigi külgede võrdeline suurendamine tekitab sarnased, kuid lüke, pööramine ja peegeldamine tekitab kongruentsed kujundid. Tunneb uurimise | 8. kl Kongruentsed kujundid, mis on identsed kujult ja suuruselt. Sarnased kujundid, millel on sama kuju, aga erinev suurus. Tasandilise kujundi suurendamine ja vähendamine vastavalt tegurile. Plaanimõõt. | 7. kl Kirjeldab asukohti ja juhatab teed, kasutades <i>grid reference</i> 'i, lihtsamat mõõtkava, pööramist ja kompassi punkte. |

| | | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|--|
| | | sümmeetrilised punktid, tsentraal- sümmeetria, sümmeetriakeskpunk- t, pööre, pöördenurk, pöörde keskpunkt, lūke, lūkkevektor. Teab geomeetriliste teisenduste erinevaid liike, kujundite samasust. Konstrueerib punkti, lõigu ja ringjoone (jt kujundite) kujutisi. Kasutab koos erinevaid samasusteisendusi. | | tulemusel ära, mis on minimaalsed nõuded kolmnurga joonestamiseks (s.o kül- nurk-kül, KKK, NKN). (Nt “Kui on teada ainult üks kolmnurga kül, saab joonestada väga palju erinevaid kolmnurki. Kuid ma saan joonestada ainult ühe kolmnurga, kui on teada kõik kolm külge.”) | | |
|--|--|---|--|--|--|--|

Täisnurkne kolmnurk

Täisnurkse kolmnurga käsitlemise sügavus ja ulatus on riigiti erinev. Uus-Meremaal ja Bulgaarias seda teemat põhikoolis ei õpita, s.t puuduvad nii Pythagorase teoreem kui ka teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Uue õppekava järgi kavandatakse selle õpetamine Bulgaarias 6. klassi tuua, sest paljud õpetajad on sunnitud seda programmiväliselt varem õpetama (olümpiaadidel vajalik teadmine). Ontarios lahendatakse 8. klassis täisnurksete kolmnurkadega seotud ülesandeid Pythagorase teoreemi abiga, kuid trigonomeetria kasutamine jääb neil gümnaasiumisse. Eestis õpitakse lisaks Pythagorase teoreemi tõestamisele ja rakendamisele leidma ka teravnurgast siinust, koosinust ja tangensit. Seega meie koolide õpilased saavad leida täisnurkse kolmnurga küljed (joonelemendid), kui on antud teravnurk ja üks kül. Meie ainekava kohaselt ei õpi õpilased aga seda, kuidas leida täisnurkse kolmnurga teravnurki, kui kolmnurgast on teada kahe külje pikkused. Niisiis, õpilased omandavad oskuse leida taskuarvuti abil nurgast siinust, koosinust ja tangensit, kuid mitte vastupidi. Singapuri 9.-10. klassi õpilased õpivad teravnurga trigonomeetria rakendama ka puuduvate nurkade arvutamiseks. Veelgi enam, nad laiendavad trigonomeetriliste funktsioonide mõistet nürinurgale ning kasutavad kolmnurkade lahendamisel siinus- ja koosinusteoreemi.

Eestis kasutatakse geomeetria valdkonda selleks, et õpetada väidete tõestamise kunsti. Nii peavad meie õpilased selgitama teoreemi, eelduse, väite ja tõestuse tähendust ning selgitama mõne teoreemi tõestuskäiku. Teistest ainekavadest võis näha, et nende õpilased õppisid Pythagorase teoreemi või teisi teoreeme rakendama. Kuivõrd teistes riikides teoreeme põhjendatakse või tõestatakse ainekavadest ei selgunud.

Tabel 16. Pythagorase teoreemi ja teiste seoste käsitlemine

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|---------------------------------------|--|---|--|--|--|-------------------------------------|
| Pythagorase teoreem | 7.-9. kl Leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid. Pythagorase teoreem. | - Põhjalik käsitus järgmises kooliastmes (9. klass). Uue õppekava järgi on kavandatud 6. klassi. | 7.-9. kl Saavutustase 7 Mõistavad ja kasutavad Pythagorase teoreemi. | 8. kl Saab uurimise kaudu (nt dүн. geo. tarkvara, paberkäärid, geotahvel) teada Pythagorase teoreemi. Lahendab geomeetriliselt täisnurksete kolmnurkadega seotud ülesandeid, kasutades Pythagorase teoreemi. | 8. kl Kasutab Pythagorase teoreemi; kontrollib kas antud mõõtudega kolmnurk on täisnurkne. | - |
| Nurga trigonomeetrilised funktsioonid | 7.-9. kl Leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid. Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid. | - Põhjalik käsitus järgmises kooliastmes (9. klass). | 10.-12. kl Saavutustase 8 (kõrgeim) Õpilased kasutavad siinust, koosinust ja tangensit täisnurkses kolmnurgas lahendades 2D ülesandeid. | - | 9.-10. kl Teravnurga trigonomeetria täisnurkses kolmnurgas; Leiab nürinurga siinuse ja koosinuse; Kasutab kolmnurga pindala leidmiseks valemit $0,5ab\sin C$; | - |

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|---|--|
| | | | | | Kasutab siinusteoreemi ja koosinusteoreemi. | |
|--|--|--|--|--|---|--|

3.4.2 Stereomeetria

Klassikaline stereomeetriakursus on kõigi riikide ainekavades esindatud. Propedeutiline lähenemine algab enamuses riikides juba esimeses klassis - vähemalt mõiste ja keha äratundmise tasandil. Vaid Bulgaarias I kooliastme õppekavast (1.-4. klass) ei leia ruumigeomeetria elemente. Uus-Meremaa ainekava ei kirjelda, kuidas ruumala mõistega tutvutakse. Õppekavast leiab vaid mahuühiku *liiter*. Ontario tegeleb ruumala mõiste tutvumisega 2.–5. klassini, alustades ruumilistest kujunditest (kombitavad) mingite uute ruumiliste kujundite kokkupanemisega, jätkates joonise järgi (kombitava) ruumilise kujundi ehitamisega ning lõpetades mahutavuse ja ruumala leidmise omavahelise seostamisega. Esimeste kehadena tutvustatakse risttahukat ja/või kuupi – Eestis, Bulgaarias, Singapuris ja Ontarios varem (4.-5. klassis) ning Inglismaal ja Uus-Meremaal hiljem (7.–9. klassis). Teiste põhikujundite (püstprisma, püramiid, silinder, koonus) ja nende ruumalade leidmisega alustatakse 6.-9. klassides. Teistest hilisemalt alustavad käsitlemist Eesti ja Inglismaa, Uus-Meremaal tegeletakse sellega gümnaasiumis. Bulgaarias vaadeldakse kehasid kontsentriselt - tutvustavalt kõik kujundid koos 5. klassis ja põhjalik käsitus 6. klassis. Meie ainekava põhjal kirjutatud Matemaatika valdkonnaraamatus täpsustatakse, et 9. klassis arvutatakse vaid korrapärase nelinurkse püramiidi pindala. Aga seda täpsustust ei olnud üheski vaadeldud ainekavas.

Singapuris on prisma, silindri, kera, püramiidi ja koonuse ruumala arvutamine nihkunud ühe klassi jagu varasemaks võrreldes eelmise ainekavaga. Eestis on kehade käsitlemine aineraamatu järgi tõlgendatuna kooliastme lõpuklassis. *Võrrelduna teiste ainekavadega pööratakse Eesti ainekavas vähem tähelepanu ruumikujutluse arendamisele. Ruumikujutluse arendamise all vaadeldakse kujundi asendit pööramisel, nihutamisel peegeldamisel punkti või sirge suhtes. Siit jõutakse Inglismaal lookuse kontseptsioonini ja graafiku teisendamiseni.*

Pinnalaotust on Ontario, Singapuri ja Uus-Meremaa ainekavades kasutatud kehade visualiseerimisel. Singapuri ainekavas on näiteks kirjutatud, et matemaatika õpetus peab sisaldama: [õpilane] *oskab määrata kehade (kuup, püstprisma, püramiid) pinnalaotuse ning vastupidi - määrab antud pinnalaotuse põhjal keha; teeb 3D kujundile vastava pinnalaotuse.*

Tabel 17. Kehade käsitlemine

| | Eesti (1kl - 7a) | Bulgaaria (1kl - 7a) | Inglismaa (1 kl - 5a) | Ontario (1kl - 6a) | Singapur (1. kl - 6a) | Uus-Meremaa (1kl - 6a) |
|--|----------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|--|----------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

| | | | | | | |
|---|-----------------|---|---|--------------|-----------------|-----------------|
| Ruumala mõistega tutvumine (nt loendab kuupe risttahukas) | 1.-3. kl | 5. kl | 1.-2. kl | 2. kl | 2. klass | - |
| Risttahukas (ruumala valem) | 4.-6. kl | 5. kl | 7.-9. kl (ootuspärane saavutustase 6) | 5. kl | 5. klass | 7.-8. kl |
| Püstprisma, püströöptahukas, püramiid, silinder, koonus, kera (ruumala valem) | 7.-9. kl | 5. kl Propedeutika (v.a kera) 6. kl | 7.-9. kl Püstprisma (saavutustase 7, mis ületab oodatavat) 10.-12. kl (teised kehad) | 6. kl | 7. klass | - |

3.5 Algebra

Algebra tutvumiseks on kuus riiki valinud erineva lähenemisviisi, üldistavalt saab välja tuua kolm suunda. Eesti ja Inglismaa ainekavad sisaldavad algebra abstraktseid aluseid juba I kooliastmes (tähtvaldis), liikudes algebra järgmistes kooliastmetes edasi algebra enese sees. Ka Bulgaaria ja Singapur käsitlevad algebrat kohe võrdlemisi abstraktselt, ent alustavad sellega oluliselt hiljem - vastavalt 6. klassis tundmatu liidetava või teguri leidmisel ja 5. klassis kolmnurga pindala leidmisel. Kolmas suund ehk Ontario ja Uus-Meremaa lähenemine tähendab aga seda, et *mustrid (patterns)* sisalduvad ainekava valdkondades juba 1. klassist peale ning abstraktse algebrani (võrrandid, tähtmuutujad) liigutakse väikeste sammudega. Eriti paistab see silma Ontarios, kes kasutab 1. klassis kaalukausside võrdsustamist ning leiab peast puuduva väärtuse abivahendite abil, kusjuures see, mis arvude piires selliseid ülesandeid lahendatakse, laieneb samuti samm-sammult. Ontario kasutab tähte muutujana 5. klassis, kui õpilased peavad selgitama selle tähe tähendust valemites või võrrandites, mis kirjeldavad koguse muutumist vms. Ontario jõuab lihtsamate jadade üldliikme algebralisel kujul esitamiseni 7. klassis, meil alustatakse sellega gümnaasiumis.

Avaldise puuduva liikme väärtust (nt $6=2+_$) leiavad Inglismaa ja Ontario õpilased juba 1. klassis, kusjuures neist viimane teeb seda ainult peast (kirjalik üleskirjutus 5. kl). Tähele tuleb panna, et muutujat veel tähega ei märgita. Täheleline muutuja tuleb kõige varem kasutusele Eestis - I kooliastmes, valdkonnaraamatu järgi 2. klassis, ent siis lahendatakse selliseid võrdusi veel proovimise ja analoogia teel. Võrdluseks, Ontarios tuleb täheleline muutuja kasutusele alles 5. klassis, Bulgaarias 6. klassis. Singapur tutvub tähe kujul esitatava muutujaga kolmnurga pindala leidmise kaudu 5. klassis, avaldises kasutab seda 6. klassis.

Lineaarvõrrandite lahendamise ja koostamisega alustatakse vanuseliselt kõige varem Eestis (II kooliastmes, valdkonnaraamatu järgi 5. kl) ja Ontarios (6. kl) ehk 11-aastaselt. Nii Singapuris, Uus-Meremaal kui Bulgaarias tuleb lineaarvõrrand ainekavasse 7. klassis, ainult et esimesel kahel juhul on tegu 12-aastaste ja Bulgaarias 13-aastaste lastega. Bulgaaria alustab küll võrrandi lahendamisega vanuseliselt hiljem, kuid see-eest on teema ulatus väga lai - m.h õpitakse ka absoluutväärtust sisaldavaid (lineaar)võrrandeid ja parameetrilisi (lineaar)võrrandeid. Ontario ainekava sisaldab (näiteülesande kaudu) ka algtõdesid jada üldliikme leidmise kohta (7. kl).

Võrratuste lahendamist Eesti, Ontario ja Uus-Meremaa ainekavadest välja lugeda ei olnud. Võrratustega tegeletakse väga palju Bulgaarias, kus m.h õpetatakse võrratuse lahendihulka esitama nii algebraliselt kui graafiliselt, tegeletakse parameetriliste ja absoluutväärtust sisaldavate võrratustega, lahendatakse võrratusi kujul $f(x)*g(x)>0$ ja lineaarvõrratuste süsteeme. (Võrratuse teema on Bulgaarias jaotatud 7. ja 8. klassi peale.) Lisaks Bulgaariale lahendatakse lineaarvõrratusi veel ka Inglismaal ja Singapuris, ent oluliselt väiksemas mahus.

Võrrandisüsteemide lahendamist käsitlevad 4 riigi ainekavad - Eesti, Bulgaaria, Inglismaa ja Singapur. Kui teised riigid mainivad õpitulemustes ära ka lahendamismeetodi (algebraalne - liitmisvõtte-asendusvõtte, graafiline), siis Eesti ainekava toob graafilise lahendamise meetodi kasutamise välja IKT rakendamise abil. Eestis alustatakse valdkonnaraamatu järgi temaatikaga 8. klassis, umbes samal ajal nagu mujalgi. Ontario võrrandisüsteemi lahendamist oma ainekavas ei maini, ent siiski leidub 6. klassis näiteülesanne, kus õpilane peab lahendama kahte võrrandit, millest ühel on 1 ja teisel 2 muutujat (6. kl). Kui ainekavad võrrandisüsteemide lahendamist käsitlevad, siis üldjuhul on laeks 2 muutujaga võrrandisüsteemid (Bulgaarias 3 muutujaga).

Lisaks lineaarvõrranditele sisaldavad kolme riigi ainekavad ka teiste võrrandiliikide lahendamist: **võrdekujuline võrrand** kui **murdvõrrandi** üks lihtne alaliik (Eesti, Singapur), **ruutvõrrand** (Eesti, Bulgaaria, Singapur). **Täieliku ja mittetäieliku** ruutvõrrandi vahel tehakse vahet ainult Eesti ja Bulgaaria ainekavas. Singapuri õpilased lahendavad ruutvõrrandit ka täisruuduks teisendamise meetodiga. Ruutvõrrandit lahendavad enne 16-aastaseks saamist ehk enne meie mõistes põhikooli lõppu ka inglased. Inglismaa 1.–9. ainekavast teema küll puudub, aga gümnaasiumiosas ehk vanuseliselt samaväärsetes klassides (14–17-aastased, 10.–12. kl) sellega tegeldakse. Ka Ontario ja Uus-Meremaa põhikoolis ehk 1.–8. klassis ühtegi teist võrrandiliiki peale lineaarvõrrandite lahendama ei õpetata (kui just õpilased ei ole kõrgemale tasemele jõudnud). Ontarios tegeletakse ruutvõrrandiga 10. klassis.

Tabel 18 . Algebra käsitlemine

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|------------------------|--|---|--|--|--|---|
| Tutvumine algebraga | <p>1.-3. kl Leiab võrdustes tähe arvvaartuse proovimise ja analoogia teel (võrrandi mõistet pole)</p> <p>4.-6. kl Lihtsustab ühe muutujaga avaldise ning arvutab tähtavaldisel väärtuse. Leiab antud arvude seast võrrandi lahendi, lahendab lihtsaimaid võrrandeid.</p> | <p>6. kl Oskab leida tundmatut liidetavat või tundmatut tegurit; mõiste - algebraline summa; oskab leida avaldisel väärtust, mis sisaldab tähti. Saab aru märkide tähendusest: $+a$; $-(+a)$; $-(-a)$; $+(-a)$; $a-b=a+(-b)$.</p> | <p>1.-2. kl Leiab avaldisel puuduva arvu ($6=2+ _$).</p> <p>3.-6. kl Tunneb ära, esitab ja tõlgendab arvude vahelisi seoseid konstrueerides ja kasutades esmalt sõnu ja siis tähti valemite kirjutamiseks (nt, $c=15n$ on hind pennides, kus on n tk hinnaga 15 senti/tk).</p> <p>Saavutustase 4 (2007) Kasutab</p> | <p>1. kl Määrab uurimise kaudu, kui palju 10 piires esemeid on vaja lisada või eemaldada, et oleks tasakaal, võrdus (nt kaalu ühel kausil on 5 kuupi, teisel 8. Mitu eset tuleb teiselt kausilt ära võtta, et kaal oleks tasakaalus?)</p> <p>2. kl Leiab peast võrdusest puuduva väärtuse (liitmise-lahutamine 18 piires), kasutades abivahendina nt esemeid, katse-eksitusmeetodit. [Tähte sümbolina ei kasuta.]</p> <p>3. kl Leiab peast võrdusest puuduva väärtuse (liitmise-lahutamine 100 piires), kasutades abivahendina nt esemeid, katse-eksitusmeetodit, vajadusel selle kontrollimiseks</p> | <p>4. kl Arvutab ristküliku pindala valemi järgi.</p> <p>6. kl Ühe muutuja algebralised avaldisel. Kasutab arvu tähistamiseks tähte. Avaldisel arvvaartuse leidmine ning lihtsatel juhtudel avaldisel lihtsustamine (nt ei lihtsusta sulgusid või murrulisi kordajaid sisaldavaid avaldisel)</p> | <p>1. kl peale on ainekavas valdkond <i>Arvud ja algebra</i>, mis tähendab, et mustrite kirjeldamise ja loomisega tegelevad juba algusest peale.</p> <p>5. kl kirjeldab objektidest koosnevaid mustreid ja arvujada, kasutades reegleid, mis sisaldavad <i>spatial features</i>, liitmise-lahutamist [sõnastus?] ja lihtsat korrutamist.</p> <p>6. kl sama</p> |

| | | | | | | |
|--|--|--|---|--|--|--|
| | | | <p>valemite kirjutamisel sõnu (6. klassi lõpuks).</p> <p>Saavutustase 5 (2007)</p> <p>Konstrueerib sümbolkujul avaldise, milles on üks või kaks tehet.</p> | <p>taskuarvutit. [Tähte sümbolina ei kasuta.]</p> <p>4. kl Leiab võrdusest puuduva väärtuse (korrumine ühe- ja kahekohaliste arvudega), kasutades abivahendina nt esemeid, katse-eksitusmeetodit, vajadusel selle kontrollimiseks taskuarvutit. [Tähte sümbolina ei kasuta.]</p> <p>5. kl Saab aru, et muutuja väljendab mingi koguse muutumist, kui võrrandis on kasutatud tähte vm sümbolit. (“Nt võrdused $C=3 \cdot n$ ja $3 \cdot n=C$ kirjeldavad mõlemad dollarites kogusummat (C) ja võileibade arvu (n), kui iga võileib maksab 3\$.”)</p> <p>Saab aru, et muutuja väljendab teadmata kogust, mis on esitatud tähe vm sümbolina. (“Nt. $12=5+_$ või $12=5+s$ saab kasutada nt</p> | | |
|--|--|--|---|--|--|--|

| | | | | | | |
|--------------|-----------------|-----------------------|---|--|--------------|------------------------|
| | | | | <p>järgmise situatsiooni kirjeldamisel: Minul on kokku 12 marki, 5 neist on Kanadast. Mitu marki on mul teistest riikidest?)</p> <p>Leiab võrdusest puuduva väärtuse (4 tehet 1- ja 2-kohaliste arvudega), kasutades abivahendina nt esemeid, katse-eksitusmeetodit, vajadusel selle kontrollimiseks taskuarvutit.</p> <p>6. kl Saab aru, mida muutuja kirjeldada saab (nt muutuja kui kogus, kui koguse muutja [kuidas sõnastada?]). Tunneb ära need muutujad, mis on konstantsed, ja need, mis ei ole. (Nt kolmnurga pindala valemis on konstantne ainult arv 2.)</p> | | |
| Algebralised | 4.-6. kl | 6. kl Mõisted: | - | 7. kl Oskab lihtsamaid | 6. kl | - [Ainekavast õppesisu |

| | | | | | | |
|-----------|--|--|--|---|--|----------------------------|
| avaldised | <p>Lihtsustab ühe muutujaga avaldisi.</p> <p>7.-9. kl</p> <p>Korrastab üks- ja hulkliikmeid, liidab, lahutab ning korrutab üks- ja hulkliikmeid ning jagab üksliikmeid ja hulkliiget ja hulkliikmeid; üksliikmega; tegurdab hulkliikmeid (ruutkolmliiget, kasutab abivalemeid); taandab ja laiendab algebralist murdu; liidab, lahutab, korrutab ja jagab algebralisi murde; lihtsustab kahetehtelisi ratsionaalavaldisi.</p> | <p>avaldis, konstant, muutuja, parameeter, üksliige, selle aste, selle kordaja, üksliikme normaal-kuju, vastand-märgilised üksliikmed, avaldise (arv)väärtus, hulkliikme normaalkuju, hulkliikme aste.</p> <p>Oskab üksliikmeid $+$, $-$, \cdot, $:$, lihtsustada, normaalkujule viia.</p> <p>Oskab hulkliikmeid $+$, $-$; üksliikmega \cdot, $:$; lihtsustada, normaalkujule viia.</p> <p>7. kl Mõisted samaväärsed avaldised, samasus, laiendaja.</p> <p>Oskab hulkliiget teguriteks lahutada (sulgude ette, abivalemite (nii ruudu kui kuubi), grupeerimise abiga, meetodite</p> | [Ainekavast õppesisu ja õpitulemused ei selgu] | <p>matemaatilisi seoseid kirjeldavad fraase esitada algebralisel kujul (nt “ühe võrra suurem kui kolmekordne arv” saab kirjutada $1+3x$ või $3x+1$), kasutades nt <i>algebra tiles</i>, <i>pattern blocks</i>, <i>counters</i>.</p> <p>Hindab algebralist avaldist, asendades muutuja naturaalarvudega (v.a 0). Seostab algebralise avaldise väärtuse leidmist ja jada (<i>pattern</i>) sammu ... [<i>term</i>] vahel. (Nt 3,5,7,9,...üldliige esitub algebralise avaldisena $2n+1$. Kui me leiame seda kohal $n=12$, siis saame, et 12. element on $2 \cdot 12 + 1 = 25$)</p> | <p>Ühe muutuja algebralised avaldised. (vt eelmine)</p> <p>7. kl Kasutab tähte, avaldised $aaab=a^3b$; lineaaravaldise lihtsustamine. Nt tegurdab avaldise $ax+bx+kay+kby$.</p> <p>8. kl</p> <p>Hulkliikmete korrutamine; abivalemid: ruutude vahe, kaksliikme ruut; tegurdamine; lihtsate algebraliste murdude korrutamine ja jagamine; lineaarse või teist järku nimetajaga algeraliste murdude summa ja vahe.</p> | ja õpitulemused ei selgu]] |
|-----------|--|--|--|---|--|----------------------------|

| | | | | | | |
|----------------|--|--|---|--|---|--|
| | | kombineerimisega), taandada, laiendada. Tutvust ka täisruuduks teisendamist. | | | | |
| Lineaarvõrrand | <p>4.-6. kl Leiab antud arvude seast võrrandi lahendi, lahendab lihtsaimaid võrrandeid.</p> <p>7.-9. kl Lahendab võrrandi põhiomadusi kasutades lineaarvõrrandeid ja võrrandisüsteeme.</p> | <p>7. kl Mõisted: arvvõrdus, samasus, võrrand, muutuja, parameeter, lineaarvõrrand, võrrandi lahend (juur), võrrandi lahendamine, absoluutväärtust sisaldav võrrand, samaväärsed võrrandid. Teab ja oskab rakendada arvvõrduse ja võrrandi omadusi. Oskab lahendada võrrandit $ax+b=0$, $(ax+b)*(cx+d)=0$, $ax+b =c$. Rakendusülesanded (liikumine, töö, rahandus, segud ja sulamid).</p> | <p>7.-9. kl Matemaatikaõpetus sisaldab lineaarvõrrandeid, valemeid, avaldisi ja samasusi (lineaarvõrrandi kõrval lahendatakse ka sobivaid võrratusi). Õpilased tunnevad ära võrrandi, millel pole ühtki lahendit või neid on lõpmata palju.</p> <p>Keskmine saavutustase (6) Õpilased koostavad ja lahendavad täisarvuliste kordajatega lineaarvõrrandeid.</p> <p>10.-12. kl (kõrgeim saavutustase 8)</p> | <p>6. kl Lahendab ülesandeid, mis sisaldavad 2-3 sümbolit/tähte esitamaks erinevaid hulki, koguseid. (Nt “kui $n+1=15$ ja $n+1+s=19$, millega s võrdub?”)</p> <p>Lahendab lihtsa, ühe muutujaga võrrandi, kasutades kombitavaid vahendeid, katseeksitusmeetodit, vajadusel viimase kontrollimiseks taskuarvutit. (Nt “$2*n+3=11$. Millega muutuja võrdub? Kas leidub mitu õiget lahendusviisi? Põhjenda.”)</p> | <p>7. kl Lahendab ühe muutuja lineaarvõrrandeid ja murdusid sisaldavaid ent teisendatavaid võrrandeid. Nt $x/3+(2-x)/4=3$</p> | <p>7.-8. kl Moodustab ja lahendab lihtsaid lineaarvõrrandeid.</p> <p>7. kl leiab ja esitab seosed ruumilistes mustrites ja arvujadas <i>[pattern]</i>, kasutades tabeleid, graafikuid, üldreegleid lineaarsete seoste kohta</p> <p>8. kl leiab ja esitab seosed ruumilistes mustrites ja arvujadas <i>[pattern]</i>, kasutades tabeleid ja graafikuid, võrrandeid lineaarsete seoste jaoks, sammu kirjeldamiseks. Kasutab lihtsate lineaarseoste puhul pöördoperatsioone.</p> |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|----------------------------|---|---|
| | | Lahendavad ka lin. parameetrilist võrrandit ja otsivad parameetri väärtusi, mille korral lahend peab rahuldama etteantud tingimust. | Manipuleerivad algebraliste avaldistega, leides ühiseid tegureid ning korrutades kaht lineaarset hulkliiget. | [Jätkub allolevas lahtris] | | |
| <p>[Ontario jätk]</p> <p>7. kl Oskab lihtsamaid matemaatilisi seoseid kirjeldavad fraase esitada algebralisel kujul (nt “ühe võrra suurem kui kolmekordne arv” saab kirjutada $1+3x$ või $3x+1$), kasutades nt algebra abivahendeid, mustrite plokkide.</p> <p>Hindab algebralist avaldist, asendades muutuja naturaalarvudega (v.a 0ga).</p> <p>Seostab algebralise avaldise ja jada (<i>pattern</i>) sammu. (Nt 3,5,7,9,... saab esitada algebralisel kujul $2n+1$. Kui $n=12$, siis saame, et 12. liige on $2*12+1=25$)</p> <p>Lahendab lineaarvõrrandeid kujul $ax=c$ või $c=ax$ ja $ax+b=c$ või variatsioonid, nagu $b+ax=c$ ja $c=bx+a$ (kus a, b, c on naturaalarvud, v.a 0), kasutades kombitavate materjalidega modelleerimist, katse-eksitusmeetodit, vajadusel viimase kontrollimiseks taskuarvutit.</p> <p>8. kl esitab arvumustrite kuju algebralisel kujul [üldliige], modelleerib lineaarseid seoseid tabelite, jooniste ja võrrandite kujul. [Ja eelmises klassi alustatu.]</p> | | | | | | |
| Teised võrrandid | <p>7.-9. kl</p> <p>Lahendab võrdkujulisi võrrandeid.</p> <p>Lahendab täielikke ja mittetäielikke ruutvõrrandeid.</p> <p>Lahendab</p> | <p>6 kl Mõisted: suhe, võrre, võrde liikmed, võrde põhiomadus, võrdetegur; oskab proportsionaalseid suurusi üles</p> | <p>10.-12. kl</p> <p>Tegurdab; täiendab avaldist täisruuduks; kasutab ruutvõrrandi lahendivalemit;</p> | - | <p>7. kl</p> <p>Võrdkujulised võrrandid. Nt $3/(x-2)=6$.</p> <p>8. kl</p> <p>Ruutvõrrandi lahendamine avaldist</p> | - |

| | | | | | | |
|-----------------|--|--|--|---|--|---|
| | tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil. | kirjutada, teab seoseid ja omadusi proports. suuruste vahel ning kasutab neid ül-de lahendamisel. 8 kl Mõisted ruutvõrrand, RV kordajad, täielik/mittetäielik RV, RV diskriminant, kahekordne juur (!). Oskab lahendada täielikku RV-t (lahendivalemiga) ja mittetäielikke RV-id. Vt ka LOOGIKA. | | | tegurdades. Koostab ruutvõrrandi või lineaarvõrrandite süsteem, et probleemi lahendamiseks. 9.-10. kl Ruutvõrrand (valemiga, graafiliselt, täisruuduks täiendamisega). Murdvõrrand, mille lahendamine taandub ruutvõrrandi lahendamisele ($1/(x-24)+2/(x-3)=5$). | |
| Lineaarvõrratus | – | 7 kl Mõisted: arvõrratus, lineaar- võrratus, võrratuse lahendam, vahemik, poollõik, | 7.-9.kl Lahendab lineaarvõrratust vastava võrrandi abil. 10.-12.kl Saavutustase 8 | – | 7. kl Lihtsa lineaarvõrratuse lahendamine ($3x<5$) 9.-10. kl | – |

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|---|--|
| | | <p>lõik, range / mitterange võrratus, samaväärsed võrratused. Teab võrratuse omadusi, oskab lahendada lin. võrratust ja esitada võrratuse lahendihulka algebraliselt ja graafiliselt. Anda võimalus lin. parameetriliste võrratuste lahendamiseks ja parameetrile sobiva väärtuse valimiseks (sõltuvalt algtingimustest).</p> <p>8 kl Mõisted arvuvahemike ühisosa, ühend, võrratusesüsteem, selle lahend, ahelvõrratus, samaväärsed võrratusesüsteemid. Teab võrratusesüsteemi</p> | <p>Nad lahendavad graafiliselt kahe muutujaga võrratusi.</p> | | <p>Ühe muutuja lineaarvõrratuse lahendamine, lahendite hulga esitamine arvteljel.</p> | |
|--|--|--|--|--|---|--|

| | | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|--|
| | | mõistet ja oskab lah-da lin-set võrratusesüsteemi. Oskab lahendada ahelvõrratust, võrratusi tüüpi: $f(x)*g(x)>0$, $ ax+b >c$, mis võivad sisaldavad ka $<$, $>=$, $<=$ | | | | |
|--|--|---|--|--|--|--|

3.6 Funktsioonid

Jadaga kui mustri- ja arvutuste tutvuvad kõige esimesena Ontario ja Uus-Meremaa õpilased, kelle ainekavasse on *mustrite* temaatika läbivalt sisse kirjutatud (Ontario ainekavas on selle najale suur osa algebrast üles ehitatud). Teised riigid sellist lähenemist ainekavade põhjal ei kasuta. Ka **arvujadasid** Eesti, Bulgaaria ja Singapuri ainekavad üldse ei sisalda. Arvujadadega opereerimist alustatakse kõige varem Ontarios (3. kl), veidi hiljem käsitletakse teemat Inglismaal ja Uus-Meremaal.

(Rist)koordinaatteljestikuga tutvuvad õpilased umbes samal ajal: Uus-Meremaa 5.–6. klassis, Bulgaaria, Ontario ja Eesti (valdkonnaraamatu järgi) 6. klassis, Singapur 7. klassis. Kõige varem alustab vanuseliselt teemaga Inglismaa (7–10-aastased), teised riigid alustavad hiljem (11-12-aastased).

Lineaarvõrrandiga tutvuvad kõik kuus riiki ning nii tutvutakse igal pool ka **lineaarfunktsiooniga**. Samamoodi on **ruutfunktsiooniga** - samad riigid, kes õpetavad ruutvõrrandit lahendama, tutvustavad ka ruutfunktsiooni (Eesti, Bulgaaria, Inglismaa, Singapur).

Muudest funktsioonidest õpetatakse nendes riikides pöördvõrdelist sõltuvust (Eesti 7.–9. kl, Bulgaaria 8. kl), astmefunktsiooni ja eksponentfunktsiooni (Singapuri 9.-10. kl), polünomiaalseid funktsioone (Inglismaa 7.–9. kl).

Meie õpilased on III kooliastme lõpuks kokku puutunud järgmiste funktsioonidega: lineaarfunktsioon (graafikuks sirge), pöördvõrdeline sõltuvus, **ruutfunktsioon**. Eestis uuritakse funktsiooni graafikut ja funktsiooni omadusi küllaltki põhjalikult: õpilane oskab leida graafikult parabooli nullkohti ja selgitab nende punktide tähendust; loeb jooniselt haripunkti koordinaadid; selgitab funktsiooni graafiku kuju ja asendi sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest (ruutfunktsiooni korral ainult ruutliikme kordajast ja vabaliikmest). Funktsioonidega tegelemist alustatakse Bulgaarias alles lõpuklassis, kuid tehakse seda täie põhjalikkusega.

IKT kasutamist ei maini selle teema juures vaid üks ainekava: Bulgaaria. Seda ei maini tegelikult ka Singapur, kuid uurimuse koostajad arvavad, et Singapuris on IKT kasutamine igapäevane ja tõenäoliselt ei ole selle kirjapanemist lihtsalt vajalikuks peetud. Eesti ainekavast leiab IKT rakendamist kahe funktsioonidega seotud õpitulemuse juurest: *joonestab valemi järgi funktsiooni graafiku (nii käsitsi kui arvutiprogrammiga) ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi ning selgitab (arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades) funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust avaldises olevatest kordajatest [...]*. Inglismaal on IKT kasutamine sõnastatud sobiva vahendi leidmisena. Ontario kasutab dünaamilise geomeetria tarkvara peamiselt kujundite pindalade jms-ga tegeldes ning koordinaatteljestikku puudutavates õpitulemustes mainitakse seda ühe võimaliku vahendina vaid ühel korral, kui esitatakse graafiliselt lineaarseid mustreid.

Tabel 19. Funktsioonide ja jadade käsitlemine

| | Eesti (1. kl - 7 a) | Bulgaaria (1. kl - 7 a) | Inglismaa (1. kl - 5 a) | Ontario (1. kl - 6 a) | Singapur (1. kl - 6 a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6 a) |
|------|-------------------------------|-----------------------------------|--|---|--|---|
| Jada | - | - | 3.-6. kl Kasutab mustreid ja seoseid, et uurida lihtsaid algebralisi ideid. 7.-9. kl Õppesisus peavad sisalduma erinevad jadad ja funktsioonid, mis põhinevad lihtsatel reeglitel ja seostel. | 3. kl Lihtsamad <u>arvujadad</u> [Aga igasuguste muude mustritega tegeletakse 1. klassist peale] | 7. kl Tunneb ära ja esitab arvumustreid (esitab n-da liikme algebralisel kujul) | 5.-6. kl Arvujada mainitud ainekavas esimest korda [Aga igasuguste muude mustritega tegeletakse 1. klassist peale] |

| | | | | | | |
|--------------------------|---|--|---|--|---|---|
| Koordinaat- teljestik | 4.-6. kl Õpilane joonestab koordinaattelje stiku, märgib sinna punkti etteantud koordinaatide järgi, loeb teljestikus asuva punkti koordinaate, loeb ja joonistab temperatuuri ning liikumise graafikut. | 6. kl Mõisted: Descartes'i koordinaatsüste m, abst- ja ordinaattelg, veerandid, järjestatud arvupaar, punkti koordinaadid, abstsiss, ordinaat Oskab leida punkti koordinaate ja kujutada punkti koordinaatide järgi koordinaat- teljestikus. | 3.-6. kl Loeb ja joonistab punkte teljestiku I veerandisse ja siis kõikidesse nelja [nt kannab teljestikku risküliku tippude koordinaadid; kannab teljestikku arvu 3 kordsed]. | 6. kl Selgitab, kuidas koordinaatteljestik esitab millegi asukohta. Tegutseb teljestiku I veerandis 7. kl Märgib punktid kõigisse 4 veerandisse 8. kl Lüke, peegeldus x- teljest, y-teljest ja sirgest $y=x$, pööre. | 7. kl 2D Cartesiuse ristkoordinaadid | 5.-6. kl Kasutab koordinaatsüs teemi VÕI tee juhatamise sõnavara, et määrata asukohti või kirjeldada teekonda. 7. kl Kirjeldab asukohti ja juhatab teed, kasutades mõõtkava, kurssi, koordinaate. |
| Funktsiooni mõiste | 7.-9. kl Selgitab näidete põhjal muutuva suuruse ja funktsiooni olemust | 8. kl Teab mõisteid argument, funktsioon, funktsiooni väärtus, määramispiirkon d, lubatavad väärtused, fn väärtuste hulk, fn-i graafik. Leiab argumendi | 7.-9. kl Õppesisu peab sisaldama jadasid ja funktsioone. | - | 7. kl Kahe muutuja vaheline lineaarne seos (lineaarfunktsioon). | - |

| | | | | | | |
|----------------------|--|--|---|---|---|--|
| | | väärtusele vastava f_n -i väärtuse ja seostab selle arvupaari f_n -i graafiku punktiga. Võrdelise ja pöördvõrdelise seose mõisted. | | | | |
| Lineaarne funktsioon | 7.-9. kl Selgitab võrdelise ja pöördvõrdelise sõltuvuse tähendust eluliste näidete põhjal; joonestab valemi järgi [m.h lineaar-] funktsiooni graafiku (nii käsitsi kui ka arvutiprogrammiga) ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi; selgitab (arvutiga | 8. kl Teab lineaarfunktsiooni $y=ax+b$ ja esitab seda graafiliselt ja tabeli kujul. Konstrueerib graafiku ja suudab f_n -i graafikult lugeda informatsiooni. Seostab f_n -i analüütilise ja graafilise esitusviisi; lin. f_n -i graafiku ja lin. võrrandi ja võrratuse mõisteid. Anda võimalus leida kujundeid, mis | Saavutustase 6 (7.-9. kl) Lahendab kahe muutuja lineaarset võrrandisüsteemi täisarvuliste kordajatega algebraliselt ja tõlgendavad graafiliselt. | 7. kl Mõiste <i>lineaarne sõltuvus (linear relationship)</i> , lineaarsete mustritega opereeritakse ainult naturaalarvude hulgal. Esitab igapäevaelus leiduvad lineaarsed seosed graafiliselt ja algebraliselt 7. kl Modelleerib igapäevaelust võetud seoseid (nt kiirus, pulss, rahakurss), mis sisaldavad konstantseid suurusid ning kus esialgne jada algab 0-st, kasutades tabeleid ja graafikuid. (Nt “Tehke tabel ja joonis aja ja teepikkuse seosest, kui auto sõidab kiirusega 40 km/h. Kui kaugele auto 3,5 tunniga jõuab? Mitu tundi võtab 220 km läbimine?) | 7. kl Lineaarfunktsiooni graafik (sirge positiivne ja negatiivne tõus) | 7. kl Leiab ruumilistes mustrites ja arvujades mustrid, kasutades üldisi reegleid lineaarse sõltuvuse jaoks |

| | | | | | | |
|----------------|---|--|-----------------|---|--|---|
| | tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades) [m.h lineaar-] funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest; määrab valemi või graafiku põhjal [m.h lineaar-] funktsiooni liigi; leiab nullkohad [m.h lineaarf] graafikult ja valemist | on saadud lin. fn graafikute lõikumisel. | | Modelleerib igapäevaelust võetud seoseid, mis sisaldavad konstantseid suurus, kasutades algebralist võrrandit muutuva suuruse kirjeldamiseks. | | |
| Ruutfunktsioon | 7.-9. kl Selgitab ruutfunktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust ruutliikme kordajast ja vabaliikmest. | 8. kl Teab ruutfunktsiooni $y = ax^2$ (a ei ole 0) ja esitab seda graafiliselt ja tabeli kujul. | 7.-9. kl | - | 8. kl Joonistab graafiku ruutfunktsioonile (viimase kohta teab x^2 pos ja neg kordajat, max ja min punkti, sümmeetriatelge) | - |

| | | | | | | |
|----------------------------|---|---|--|--|--|---------------------------------------|
| | Selgitab nullkohtade tähendust ning leiab neid graafikult ja valemist. Loeb jooniselt või arvutab parabooli haripunkti koordinaadid.; | | | | | |
| Teised funktsioonid | 7.-9. kl Selgitab [...] pöördvõrdelise sõltuvuse tähendust eluliste näidete põhjal; praktiline töö - võrdelise ja pöördvõrdelise seose määramine (nt liikumisel teepikkus, ajavahemik, kiirus). | 8. kl Tutvub funktsioonide $y= ax+b $, $y=a/x$ jt graafikutega. | 10.-12. kl EkspONENT ja trigonomeetriliste funktsioonide graafikud. | - | 9.-10. kl Astme funktsioon $y=ax^2$, eksponentfunktsioon $y=ka^x$, $a>0$. | - |
| Funktsiooni graafik ja IKT | 7.-9. kl Joonestab valemi järgi | - | 7.-9. kl Key Concept Competence | 4. kl Korjab ja süstematiseerib andmeid [diskreetsed suurused] ning | - | IKT - ei ole mainitud. Samas on 8. |

| | | | | | | |
|--|---|--|---|---|--|--|
| | <p>funktsiooni graafiku (nii käsitsi kui ka arvutiprogrammiga). Selgitab (arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades) funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest. Kasutab arvutit lineaarvõrrandi süsteeme graafiliselt lahendades.</p> | | <p>Valib sobiva matemaatilise meetodi või vahendi sh IKT (st õpilane peab olema tuttav hulga erinevate vahendite ja võimalustega sh graafilise kalkulaator, dünaamilise geom. vahendid, tabelarvutus)</p> <p>Analysing</p> <p>Uurib parameetrite muutmist, jälgib invariantseid tunnuseid (sealjuures jälgib konteksti ja kasutab IKT võimalusi)</p> | <p>esitab need tabelite, graafikute, diagrammidena, kasutades erinevaid vahendeid (nt <i>graph paper</i>, lihtsad tabelarvutusvahendid, dünaamilise statistika tarkvara). [Tarkvaradest mainib ainekava nt TinkerPlot, Fanthom]</p> <p>5. kl sama nii diskreetsete kui pidevate suurustega</p> | | <p>klassi 3. näiteülesandes kirjeldatud õpilase lahendus, kasutades graafiku joonestamist IKT abil, kuid mainitud ei ole seda üldse.</p> |
|--|---|--|---|---|--|--|

3.7 Statistika

Andmete kogumine ja töötlemine on Uus-Meremaal tugevaks prioriteediks. Olgugi, et ainekava on muidu väga üldsõnaline, siis selle valdkonna juures sisaldab see kõige detailsemaid õpitulemusi. Kõige selle juures on siiski huvitav tähele panna, et keskendutakse andmete kogumisele ja esitamisele, ent tõlgendamine tundub vähemalt ainekava pinnalt jääma tagasihoidlikuks - keskmist ja hajuvust kirjeldavaid statistikuid on mainitud ainult näiteülesannetes ja nendeski vaid (aritmeetilise) keskmise hindamine, mood, andmete ja selle alamhulkade ulatuse hindamine.

Ulatuse mõttes käsitlevad valdkonda kõige laiemalt Singapur ja Ontario. Lisaks erinevate andmeesitusviiside (diagrammid) kasutamisele arvutavad nad moodi, mediaani, aritmeetilist keskmist, kusjuures Singapuri õpilased leiavad ka kaalutud keskmist, Ontario õpilased suurendavad-vähendavad väärtusi ja uurivad, kuidas see mõjutab keskmist. Ontario hindab hajuvust subjektiivselt (*andmed on jaotunud ühtlaselt, andmed on koondunud mediaani ümber*). Olgugi et Singapuri ainekava sisaldab ka standardhälvet, ta histogrammi ja hajuvusdiagrammi (*scatter plot*) vastupidiselt Ontariote ei kasuta. Ontario ainekavas on eraldi näites õpitulemus *oskab lugeda andmeid graafikult, mis võivad lugeja arusaamisega manipuleerida*. Singapuri näide: *aritmeetilise keskmise, mediaani ja moodi kasutamise võimalused ja kasutamine*.

Eesti ja Bulgaaria eristuvad teistest riikidest selle poolest, et andmete kogumise-töötlemisega alustatakse ainekava järgi alles 5. (valdkonnaraamatu järgi) ja 6. klassis - kõikides teistes riikides alustatakse temaatikaga kas 1. või 2. klassist. Eesti ainekava nimetab diagrammide tüüpe vaid kolm (tulp-, sektor- ja sirglõikdiagramm), teiste riikide nooremates klassides palju kasutusel olevat piktogrammi meie ainekava ei sisalda. Bulgaaria käsitleb teemat kõige kitsamalt.

Tabel 20. Kirjeldava statistika käsitlemine.

| | Eesti (1. kl - 7a) | Bulgaaria (1. kl - 7a) | Inglismaa (1. kl - 5a) | Ontario (1. kl - 6a) | Singapur (1. kl - 6a) | Uus-Meremaa (1. kl - 6a) |
|--|--|---|---|---|--|---|
| Lihtne andmete käsitlemine ja tõlgendamine | 4.-6. kl Kogub lihtsa andmestiku, koostab sagedustabeli. Illustreerib arvandmestikku tulp- ja sirglõikdiagrammiga, loeb andmeid tulp- ja sektordiagrammil t, s.h liiklusohutus-alaste | 2. kl Soovitatakse anda õpilasele võimalus arvutusülesande lahendamiseks hankida informatsiooni graafikult või tabelist 6. kl Oskab lugeda, interpreteerida ja hinnata graafikutel, tabelites, diagrammidel olevat | 1.-2. kl Lihtsad loendid, tabelid, diagrammid 3.-6. kl Diskreetsed ja pidevad andmed | NB! Ontario tegeleb väga palju andmete hulgaga manipuleerimisega. 1. kl kogub ja rühmitab saadud andmeid ning esitab need ettevalmistatud mallide abil (piktogrammid jms); loeb enda korjatud andmetega koostatud | 1. kl - Andmete kogumine ja töötlemine. Piktogramm (skaalata) 2. kl Loeb ja tõlgendab andmeid skaalaga piktogrammilt. Leiab infot jooniselt infot probleemi lahendamisel. 3. kl Horisontaalne ja vertikaalne tulpdiaagramm - joonistab, täiendab, loeb, tõlgendab, probleemülesanne 4. kl | NB! Ainekava jaotatud 3 valdkonnaks ja üks neist (põhikooli läbivalt) "Statistika" 1.-2. kl Kogub ja esitab andmeid [Näiteülesannetest nähtub, et väga palju tegeletakse piktogrammidega] 1. kl [näiteülesandest nähtub piktogrammi |

| | | | | | | |
|--|--|--|--|---|---|---|
| | <p>diagrammide lugemine ja analüüsimine. Arvutiprogrammi de kasutamine nõutavate oskuste harjutamiseks. 7.-9. kl Moodustab reaalse andmete põhja statistilise kogumi, korrastab seda. Moodustab sageduste ja suhteliste sageduste tabeli.</p> | <p>informatsiooni ja vastupidi - infot süstematiseerida, org-da, kirjeldada, kujutada. Mõiste sektordiagramm, oskab koguda, interpreteerida ja esitada informatsiooni sektordiagrammi abil. 8. kl Kogub, korrastab ja kirjeldab andmeid; esitab kogutud informatsiooni tabelina või graafiliselt, on võimeline sellisel kujul infot kvalitatiivselt ja kvantitatiivselt hindama, interpreteerima.</p> | | <p>graafikuid ja piktogramme, kirjeldab esitatud andmeid võrdlevalt (nt “õpilased valisid oma lemmikaastaajaks rohkem suve kui talve”), leiab kõige rohkem esinenud elemendi 2. kl nüüd esitab andmed piktogrammi jt diagrammide abil ise lisades õiged teljenimed ja jooniste pealkirjad 2. kl Loeb, esitab: <i>concrete graph</i>, piktogramm, punkt-piktogramm (<i>line plot</i>), lihtsamad tulpdiagrammid. 3. kl esitab vertikaalne ja horisontaalne tulpdiagramm. Loeb: diagrammid, graafikud, tabelid. Piktogrammi puhul võib üks pilt tähendada nt 3</p> | <p>Koondab andmed sagedustabelisse. Joondiagramm - joonistab, täiendab, loeb, tõlgendab, probleemülesanne 5. kl Sektordiagramm - joonistab, täiendab, loeb, tõlgendab, probleemülesanne. 7. kl Andmete kogumise meetodid: andmete kogumine, küsitluse läbiviimine, andmete klassifitseerimine, vaatlustulemuste sündmuse vaatlustulemuste lugemine; konstrueerib ja tõlgendab: tabelid; pikto-, tulp- joon, sektordiagramm; erinevat liiki esitluste eelised ja puudused.</p> | <p>kasutamine] 3.-5. kl Kogub ja esitab arvulisi andmeid 4. kl [näiteülesandest nähtub tulp- ja sektordiagrammi tundmine] 5. kl [näiteülesandest nähtub punkt-piktogrammi (<i>dot plot</i>) kasutamine] 6.-7. kl Jagab andmeid intervallideks ja esitab erinevatel viisidel, tõlgendab tulemusi kontekstis, saades aru, et valimid võivad varieeruda ja üksteist ei mõjuta 7. kl Kogub mõõtmiste andmeid [näiteülesandest nähtub sagedustabeli kasutamine] 8. kl kogub, võrdleb, üldistab, esitab andmeid [s.h pidevad tunnused] ja</p> |
|--|--|--|--|---|---|---|

| | | | | | | |
|--|--|--|---|---|--|--|
| | | | | <p>elementi [s.o mitu- ühele]</p> <p>4. kl peab läbi viima väikese uuringu (küsitluse). Esitab, loeb: graafik asukoha numbrit, rühmitatud tulpdiaagramm</p> <p>7. kl Oskab lugeda andmeid graafikult, mis võivad lugeja arusaamisega manipuleerida (nt telje väärtused ei alga 0st). Sagedustabelid.</p> <p>7. kl Mis on valim ja üldkogum, kuidas see uurimistulemusi muudab</p> <p>8. kl Rühmitab saadud andmeid (nt vanust 10a intervallidena) Loeb, esitab: histogramm, hajuvusdiagramm</p> | | <p>tõlgendab neid kontekstis ning kirjeldab neid parameetreid, mis teevad tulemuste üldistamise ebamääraseks</p> |
| Keskmi- st iseloomustavad karakteristikud | 4.-6. kl Arvutab aritmeetilise keskmise. | 6. kl Oskab leida aritmeetilist keskmist ja seda andmete | 3.-6. kl - Mood 7.-9. kl - Aritmeetiline | 4. kl Mediaan, mood 5. kl Aritmeetiline keskmise | 5. kl Aritmeetiline keskmise; leiab keskmise põhjal hulga. Probleemülesanne. | 1. kl kirjeldab kogutud andmeid loendamise teel. [Näiteülesannetest |

| | | | | | | |
|---|--|-------------------------|--|--|--|---|
| | 7.-9. kl Iseloomustab statistilist kogumit aritmeetilise keskmise järgi. | analüüsimisel kasutada. | keskmine, mediaan Rühmitatud ja rühmitamata andmete korral | 7. kl Uurivad, lisades, eemaldades, suurendades väärtusi, mis juhtub keskmise, mediaani, moodiga | 8. kl Mood, mediaan. Kaalutud keskmine rühmitatud andmete korral. Keskmiste kasutamise võimalused. Keskmine rühmitatud andmete korral. Loeb ja tõlgendab punkt- ja karpdiagrammi. | nähtub, et leitakse ka moodi kuigi seda nõnda ei nimetata.] 5. kl [näiteülesandest nähtub, et hindab keskmist] |
| Hajuvust iseloomustavad karakteristikud | - | - | Saavutustaseme 5 (7.-9.kl) - Nad võrdlevad kaht andmekogu ulatuse ja ühe keskmise järgi | 4. kl Hindab graafiku kuju nt sõnadega “andmed on jaotunud ühtlaselt”, “andmed on koondunud mediaani ümber”. 8. kl Histogramm, hajuvusdiagramm. | 9.-10. kl Standardhälve. Ulatus. | 5. kl [näiteülesandest nähtub, et hindab tulemuste ulatust, klastrite ulatust] |
| Kvartiilid | - | - | - | | 9.-10. kl Kvartiilid ja protsentiilid. | |

3.8 Tõenäosus

Bulgaaria on ainus riik, kes tõenäosuse mõistet põhikooliastmes ei käsitle. Teistest hiljem tutvuvad juhuslikkuse mõistega Eesti ja Singapuri õpilased, vastavalt 7. klassis (valdkonnaraamatu järgi) ja 8. klassis. Tõenäosusliku mõtlemisega alustatakse varakult ja samm-sammult Ontarios ja Uus-Meremaal (2. klassis). Viimase puhul on huvitav see, et teemaga alustatakse ilma mõistet sisse toomata. Näiteks ülesande puhul, kus kotis on 4 sinist ja 1 kollane kuul ja küsitud on pimesi võttes kuuli värvi, siis õige vastu on kollane või sinine. Kui õpilane ütleb vastuseks sinine, sest neid on rohkem, loetakse seda valeks, aga kui sinine, sest see on tõenäolisem, kuna siniseid on rohkem, on see ootuste ületamine.

Klassikalise tõenäosuse juurde jõuavad õpilased 7.–8. klassis. Ontario ja Singapuri ainekavades on teemana sees ka vastandsündmuse tõenäosuse arvutamine. Uus-Meremaa õpilased peavad tõenäosust murru kujul esitama alles 8. klassis. Eesti ainekava statistilisel ja klassikalisel tõenäosusel vahet ei tee, kuid valdkonnaraamat seda rõhutab.

Tabel 21 . Tõenäosuse temaatika käsitlemine.

| | Eesti (1. kl 7a) | Bulgaaria (1. kl 7a) | Inglismaa (1. kl 5a) | Ontario (1. kl 6a) | Singapur (1. kl 6a) | Uus-Meremaa (1. kl 6a) |
|--|---|--------------------------------|---|--|--------------------------------------|---|
| Juhuslikkusega tutvumine (katse) ja statistiline tõenäosus | 7.-9. kl selgitab tõenäosuse tähendust ja arvutab lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosuse | - | 3.-6. kl - Teab võimatut ja kindlat ning võrdvõimalikku sündmust; arendab tõenäosuse mõiste lihtsates situatsioonides 7.-9. kl -Statistiline tõenäosus | NB. Tõenäosusega hakatakse tegelema juba 2. klassis. Temaatika on sees põhikooli läbivalt. Kasutab tarkvara. 2. kl määrab tõenäosuse, kasutades lihtsamaid katseid (nt kulli-kirja viskamine) 3. kl jätkab katsetega 4. kl uurib, kuidas katsete arv muudab tulemust. Loeb, esitab: joondiagramm. 5. kl esitab tõenäosust hariliku murruna 6. kl sündmuse esitamine arvuga 0 (ei juhtu kunagi või võimatu) ja 1 (juhtub alati või on kindel) vahel. 7. kl antud on tõenäosus, peab tegema seda arvestades järeldust (nt populatsioon 5 aastapärast | 8. kl Tõenäosus mõõdab juhust | 2. kl kirjeldab lihtsamate olukordade tõenäosuslikkust (<i>likelihoods</i>), kasutades igapäeva sõnavara. 3. kl võrdleb ja selgitab lihtsamate juhuslikkusega seotud olukordade tõenäosust 4. kl võrdleb ja selgitab lihtsamate juhuslikkusega seotud olukordade tõenäosust, juhuslikkust endale teadvustades 5. kl järjestab lihtsamate olukordade tõenäosuseid, nimetades või katsetades kõiki võimalusi |

| | | | | | | |
|---------------------------|--|--|---|---|--|--|
| | | | | jms). 2 sõltumatut sündmust, võrdleb seda ka teoreetilise tõenäosusega 8. kl kasutab tehnoloogiat (simulatsioonid); | | 6. kl järjestab olukordade tõenäosuseid, arvestades tehtud katseid ja modelleerides kõiki võimalusi |
| Klassikaline tõenäosus | 7.-9. kl Kuigi mõistet ei ole | | 7.-9. kl Võrdvõimalike sündmuste tõenäosus; | 8. kl tunneb ära ja arvutab vastandsündmuse tõenäosuse | 8. kl Elementaarsündmuse tõenäosus 9.-10. kl Teineteist välistavad ja sõltumatud sündmused; tõenäosuste summa ja korrutis. | 7. kl järjestab juhuslikkusega seotud tõenäosused ning kontrollib/võrdleb katse abil ja kõiki võimalusi modelleerivaid tulemusi 8. kl väljendab tõenäosuse murru kujul |

KIRJANDUS

- 2011 Census: Key Statistics for Local Authorities in England and Wales (2012). Office for National Statistics; <http://www.ons.gov.uk/ons/rel/census/2011-census/key-statistics-for-local-authorities-in-england-and-wales/rft-table-ks204ew.xls>.
- Average eighth-grade scores, class size, and instructional time in mathematics and science, by country or other jurisdiction: 2007, National Center for Education Statistics; http://nces.ed.gov/programs/digest/d11/tables/dt11_415.asp.
- BBC. Languages across Europe; http://www.bbc.co.uk/languages/european_languages/countries/bulgaria.shtml.
- BBC (2012). Bulgaria profile; <http://www.bbc.co.uk/news/world-europe-17202996>.
- [Bulgaaria] Dynot. Българската образователна система (s.a); http://www.dynot.net/index.php?Itemid=72&id=38&option=com_content&task=view&lang=bg.
- [Bulgaaria] *Matemaatika ainekava muudatuste määrus* (2006) – Приложение № 3 към чл. 4, т. 3 чл. 4, т. 3 (Изм. - ДВ, бр. 46 от 2004 г., в сила от 1.07.2004 г., доп., бр. 58 от 2006 г., в сила за учениците, които през учебната 2006/2007 г. постъпват в I и в V клас); http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie-pril3.pdf.
- [Bulgaaria] *Matemaatika näidistest 4. klassile 2012/2013. a* (2012) = Примерен тест по математика за IV клас учебна 2012/2013 година. http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/assessment/4kl/4_kl_mat_x_2013_x.pdf.
- [Bulgaaria] *Matemaatika test 4. klassile 10.05.2012* = Тест за IV клас по математика 10 май 2012 г. http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/assessment/4kl/2012_math_vo-4kl.pdf.
- [Bulgaaria] *Määrus koolitusaja jaotamisest klasside ja kooliastmete lõikes miinimumõppekava rakendamiseks* (2006) = Наредба № 6 от 28.05.2001 г. за разпределение на учебното време за достигане на общообразователния минимум по класове, етапи и степени на образование; http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_6-01_razpr_uchebno_verme.pdf.
- [Bulgaaria] Преглед на публичните разходи: Образованието – състояние, проблеми и възможности. (2004). Министерство на финансите; <http://www.minfin.bg/bg/page/246>.
- [Bulgaaria] *Riigieksamite korraldamise määrus nr 1*, 11.04.2003; http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_1-03_izp_prog_dzi.pdf.
- [Bulgaaria] *Riigieksamite korraldamise määrus nr 1*, 17.05.2004; http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_3-04_organizacia_dzi.pdf.
- [Bulgaaria] *Riikliku õppekava üldosa* (1999) [2009. a muudatus] – Закон за степента на образование, общообразователния минимум и учебния план. http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/law/zkn_obr_minimun.pdf.

- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за първи клас (2000).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/1klas/matematika_1kl.pdf.
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за втори клас (2002).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/2klas/matematika_2kl.pdf.
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за III клас (2003).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/3klas/matematika_3kl.pdf.
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за IV клас (2003).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/4klas/matematika_4kl.pdf.
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за V клас (2001).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/5klas/matematics_5kl.pdf
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за VI клас (2001).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/6klas/matematics_6kl.pdf
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за VII клас (2001).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/7klas/matematics_7kl-expanded.pdf
- [Bulgaaria] Учебна програма по математика за VIII клас (2001).
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/8klas/matematics_8kl.pdf
- [Bulgaaria] Õppekava muudatuste määrus (2006) – Наредба № 2 от 18.05.2000 г. за учебното съдържание;
http://www.mon.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/documents/process/nrdb_2-00_uch_sadarjanie.pdf
- Dimitrova = Димитрова, Е. (2011). Нови програми по математика.
http://bnt.bg/bg/news/view/84665/novi_programi_po_matematika.
- Education Indicators in Canada: An International Perspective 2012 - ;
<http://www5.statcan.gc.ca/bsolc/olc-cel/olc-cel?catno=81-604-X&lang=eng>
- Ethnic Diversity Survey: Portrait of a Multicultural Society. Canada. (2003). Minister of Industry;
<http://publications.gc.ca/Collection/Statcan/89-593-X/89-593-XIE2003001.pdf>
- Europe in Figures – Eurostat Yearbook 2009, lk 174–203;
http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-CD-09-001-04/EN/KS-CD-09-001-04-EN.PDF.
- Eurostat (2012); <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/eurostat/home/>.
- Global Finance (2012); <http://www.gfmag.com/>.
- Infoplease. Facts & Figures (s.a); <http://www.infoplease.com/ipa/A0107365.html>.
- INCA – International Review of Curriculum and Assessment Frameworks Internet Archive;
http://www.inca.org.uk/comparative_tables.html.

- Kiat, C. H. (2009). Crossing Cultures, Bridging Minds: A Role for Singapore's Languages and Literatures. <http://www.moe.gov.sg/media/speeches/2009/08/15/opening-address-by-mr-s-iswara.php>.
- Knighton, T., Brochu, P., Gluszynski, T. (2010). Measuring up: Canadian Results of the OECD PISA Study.
- Lepmann, L. (2005). Koolimatemaatika XXXII. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus, lk 25–32.
- Lepmann, T. (2010a). *Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajale*. Toim Henno, I. Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid. Tallinn.
- Lepmann, T. (2010b). PISA 2009 – Eesti tulemused. Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused funktsionaalses lugemises, matemaatikas ja loodusteadustes. Tallinn: Eesti Haridus- ja Teadusministeerium; http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/PISA_2009_Eesti.pdf.
- Mihailov = Михайлов, Б. (2012). ГЕРБ реши да произвежда вундеркинчета; http://www.bg-voice.com/articles/view/gerb_reshi_da_proizvejda_vunderkindcheta/1247/.
- Mullis, I. V. S.; Martin, M. O.; Foy, P. (2008). TIMSS 2007 International Mathematics Report. International Association for the Evaluation of Educational Achievement; http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/TIMSS2007_InternationalMathematicsReport.pdf
- NCEA – National Certificates of Educational Achievement; <http://www.nzqa.govt.nz/qualifications-standards/qualifications/ncea/>.
- New Zealand Results from TIMSS. The School Context For Year 5 Students' Mathematics And Science Achievement in 2006; http://www.educationcounts.govt.nz/_data/assets/pdf_file/0010/79516/TIMSS-2006-07-The-School-Context-for-Year-5-Students-Maths-and-Science-Achievement.pdf
- Nusche, D.; Laveault, D.; MacBeath, J.; Santiago, P. (2012). OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: New Zealand 2011. OECD Publishing; <http://dx.doi.org/10.1787/9789264116917-en>.
- OECD (2010). PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I); <http://dx.doi.org/10.1787/888932343152>.
- OECD (2011). Lessons from PISA for the United States, Strong Performers and Successful Reformers in Education. OECD Publishing; <http://dx.doi.org/10.1787/9789264096660-en>.
- OECD (2012). Public and Private Schools: How Management and Funding Relate to their Socio-economic Profile. OECD Publishing; <http://www.oecd.org/pisa/50110750.pdf>.
- OECD statistika (2012); <http://www.oecd.org/statistics/>
- [Ontario] Education Facts. Ontario Ministry of Education; <http://www.edu.gov.on.ca/eng/educationFacts.html>
- Ontario Fact Sheet (2012). Ontario Ministry of Finance; <http://www.fin.gov.on.ca/en/economy/ecupdates/factsheet.html>
- [Ontario] Growing Success: Assessment, Evaluation, and Reporting in Ontario Schools – First Edition Covering Grades 1 to 12 (2010). Ontario Ministry of Education; www.edu.gov.on.ca/eng/policyfunding/growSuccess.pdf
- *Ontario haridusseadus* – Education Act 1990; http://www.e-laws.gov.on.ca/html/statutes/english/elaws_statutes_90e02_e.htm
- *Ontario põhikooli matemaatika ainekava 2005* – The Ontario Curriculum Grades 1-8: Mathematics 2005. <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math18curr.pdf>

- Ontario Schools. Kindergarten to Grade 12: Policy and Program Requirements. (2011); <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/os/index.html>
- *Ontario õppekava: saavutustasemed* (2004) = The Ontario Curriculum – Grades 1–12: Achievement Charts (Draft); <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/achievement/>.
- Pan-Canadian Assessment Program - Highlights of Ontario Results (2010). Education Quality and Accountability Office; http://www.eqao.com/pdf_e/11/PCAP_Highlights2010e_web.pdf.
- Peterson, T. (2012). Ülevaade alushariduse arendustegevusest 2012/2013. õa-l. <http://www.hm.ee/index.php?popup=download&id=11923>
- Puksand, H., Lepmann, T., Henno, I. (2010). PISA 2009 – Eesti tulemused. Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused funktsionaalses lugemises, matemaatikas ja loodusteadustes. Riiklik Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskus; http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/PISA_2009_Eesti.pdf.
- Põhikooli valdkonnaraamat Matemaatika (2010). Toim Talts, A.; Kokk, K. Koost Pihlap, S. Haridus- ja Teadusministeerium; http://www.oppekava.ee/index.php/P%C3%B5hikooli_valdkonnaraamat_MATEMAATIKA.
- Review of the National Curriculum in England: What can we learn from the English, mathematics and science curricula of high-performing jurisdictions? (2012). England Department for Education; <https://www.education.gov.uk/publications/standard/publicationDetail/Page1/DFE-RR178>
- Ruddock, G., Sainsbury, M. (2008). Comparison of the Core Primary Curriculum in England to those of Other High Performing Countries. Kättesaadav: <http://dera.ioe.ac.uk/8588/1/DCSF-RW048%28R%29.pdf>
- [Singapur] Department of Statistics Singapore – Key Annual Indicators 2012; <http://www.singstat.gov.sg/stats/keyind.html>.
- [Singapur] Haridusseadus (1985); <http://statutes.agc.gov.sg/aol/search/display/view.w3p?page=0;query=DocId%3A%22acab79b8-6671-4ed8-a984-4eb09060e314%22%20Status%3Ainforce%20Depth%3A0;rec=0>.
- Singapore In Figures (2012); Department of Statistics Singapore; <http://www.singstat.gov.sg/pubn/reference/sif2012.pdf>
- [Singapur] Keskkooli matemaatika ainekava (2007); <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-secondary.pdf>
- [Singapur] Kohustusliku koolihariduse määrus (2003); <http://statutes.agc.gov.sg/aol/search/display/view.w3p?page=0;query=DocId%3A%2245ae5cd5-4eb4-41fd-a649-69cb72d46f55%22%20Status%3Ainforce%20Depth%3A0;rec=0>
- [Singapur] Nurturing Students. Singapose Ministry of Education; <http://www.moe.gov.sg/education/nurturing-students/> .
- [Singapur] Our Education System. Singapore Ministry of Education; <http://www.moe.gov.sg/education/>
- [Singapur] Põhikooli matemaatika ainekava (2007); <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-primary-2007.pdf>
- [Singapur] Special Education in Singapore. Ministry of Education; <http://www.moe.gov.sg/education/special-education/>
- Statistics Canada (2012); <http://www.statcan.gc.ca/start-debut-eng.html>
- Trading Economics; <http://www.tradingeconomics.com/>.

- Taal, D. (2011). Üleriigiline 6. klassi matemaatika tasemetöö 2011 (lühikokkuvõte; http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/6tt2011_kokkuv6te.pdf)
- *Uus-Meremaa haridusseadus* – Education Act 1989. <http://www.legislation.govt.nz/act/public/1989/0080/latest/whole.html>
- *Uus-Meremaa matemaatika standard 2009* – The New Zealand Curriculum. Mathematics Standards for years 1–8 (2009). New Zealand Ministry of Education. Kättesaadav: http://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/3166/47235/file/Maths_Standards_amended_vs3.pdf
- *Uus-Meremaa riiklik õppekava* – The New Zealand Curriculum (2007). New Zealand Ministry of Education; <http://nzcurriculum.tki.org.nz/Curriculum-documents/The-New-Zealand-Curriculum>.
- [Uus-Meremaa] Years and Curriculum Levels. New Zealand Ministry of Education; <http://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/1110/11995/file/Charts1.pdf>
- Üldhariduse pedagoogide kohta käiv statistika 2012. Haridus- ja Teadusministeerium; <http://www.hm.ee/index.php?048055>

Lisa 1. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (bulgaariakeelne)

| III. Очаквани резултати | | IV. Учебно съдържание (теми, понятия, контекст и дейности, междупредметни връзки) | | | |
|-----------------------------|--|--|---|---|--|
| Колона №1 | Колона №2 | Колона №3 | Колона №4 | Колона №5 | Колона №6 |
| Ядра на учебното съдържание | Очаквани резултати на ниво учебна програма | Очаквани резултати по теми | Основни нови понятия (по теми) | Контекст и дейности (за цялото ядро и/или за цялата програма) | Възможности за между-предметни връзки |
| Числа. Алгебра | <p>Стандарт 1: Сравнява рационални числа и извършва операциите събиране, изваждане, умножение, деление и степенуване.</p> <p>Стандарт 2: Пресмята числови изрази в множеството на рационалните числа, съдържащи до четири действия.</p> <p>Очакван резултат: 1. Познава обикновена дроб и може да я записва. 2. Извършва операции с десетични дроби и ги прилага.</p> | <p><i>Учениците трябва да усвоят:</i></p> <p>Тема 1. Дробни числа. Десетични дроби Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. знае понятието обикновена дроб и понятията, свързани с него; може да чете и да записва обикновени дроби; 2. познава десетичните дроби, може да чете, записва и сравнява десетични дроби; има представа за изобразяването на десетични дроби върху числов лъч; 3. знае алгоритмите за извършване на действия с десетични дроби и може да ги прилага; 4. може да намира неизвестна компонента при действията събиране, изваждане, умножение и деление; 5. умее да открива зависимости на сбора, разликата, произведението и частното от компонентите им в конкретни ситуации; 6. може да пресмята числена стойност на израз, записан с десетични дроби, съдържащ не повече от четири действия. | <p>дробно число, обикновена дроб, числител, знаменател, дробна черта, десетична дроб, цяла част на десетична дроб, дробна част на десетична дроб, десети, стотни..., десетична запетая, числов лъч,</p> | <p>На учениците трябва да се даде възможност:</p> <ul style="list-style-type: none"> • да се научат да извършват аритметични действия с десетични дроби и с помощта на калкулатор; • да използват калкулатор при решаване на практически задачи. | |
| Фигури и тела | <p>Стандарт 1: Знае основните геометрични фигури, техните елементи, видове и свойства.</p> <p>Очакван резултат: 1. Може да измерва и построява отсечка по дадена дължина и да извършва действия с дължини на отсечки.</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. може да измерва и чертае отсечки, когато дължините им са изразени с десетични дроби; да сравнява дължини на отсечки и да намира дължина на отсечка, равна на сбор или разлика на отсечки; 2. умножава и дели дължина на отсечка с естествено число, ако дължината ѝ е записана с десетична дроб. | сбор на отсечки, разлика на отсечки, | | вътрешно-предметни връзки |
| Логически знания | <p>Стандарт 1: Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p> <p>Очакван резултат: 1. Умее да смята рационално с десетични дроби.</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. може да използва свойствата на действията с десетични дроби за рационално смятане. | | | |
| Моделиране | <p>Стандарт 1: Умее да оценява съдържателно получения при моделиране резултат и да го интерпретира.</p> <p>Очакван резултат: 1. Интерпретира съдържателно получения при моделирането резултат.</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. може да решава текстови задачи, в които се използват десетични дроби. | | | |
| Фигури и тела | <p>Стандарт 1: Знае основните геометрични фигури (триъгълник, четириъгълник), техните елементи, видове и свойства.</p> | <p>Тема 2. Геометрични фигури и тела Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. умее да намира разстояние от точка до права; 2. умее да разпознава триъгълник, | разстояние между две точки, разстояние от точка до права, | <ul style="list-style-type: none"> • да извършват измервания върху предмети или модели с | човекът и природата; химия и опазване на |

Lisa 2. Väljavõte Bulgaaria 5. klassi ainekavast (eestikeelne)

| III Oodatav (õpi)tulemus | | IV Õppesisu (teemad, mõisted, kontekst ja tegevused, ainetevahelised seosed) | | | |
|--------------------------|--|--|--|--|---|
| Teema | Saavutatav resultaat | Õpitulemus teema lõikes (õpilasel tuleb omandada...) | Uued mõisted | Kontekst ja tegevused | Ainetevahelised seosed |
| 1. ARVUD. ALGEBRA | <p>STANDARD 1: Õpilane oskab võrrelda ratsionaalarve ja sooritab +, -, *, : tehteid</p> <p>STANDARD 2: Õpilane arvutab ratsionaalarve sisaldava arvavaldise väärtust, mis võib sisaldada kuni nelja põhitehet</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Teab hariliku murru tähendust ja oskab seda kirjutada</p> <p>b) Oskab sooritada arvutusi kümnendmurdedega</p> | <p>1.1. Murdarvud. Kümnendmurrud</p> <p>1) Teab hariliku murru mõistet ja selle sisu, oskab lugeda ja kirjutada harilikku murdu</p> <p>2) Teab kümnendmurru mõistet ja selle sisu, oskab lugeda ja kirjutada kümnendmurdu. Oskab kümnendmurde võrrelda</p> <p>3) Oskab kümnendmurdedega arvutada</p> <p>4) Leiab otsitava komponendi väärtuse liitmise, lahutamise, korrutamise, jagamise operatsioonides</p> <p>5) Oskab näha tehete komponentide ja tulemuste vahelist seost (4 põhitehet)</p> <p>6) Oskab arvutada kümnendmurde sisaldava avaldise väärtust, mis ei sisalda rohkem kui neli tehet.</p> | Murdarv, harilik murd, jagatav, jagaja, murrujoon, kümnendmurd, kümnendmurru täisosa ja murdosa, kümnendikud, sajandikud... kümnendkoma, arvkiir | <p>Anda õpilasele võimalus</p> <p>1) õppida arvutamist kümnendmurdedega ka taskuarvuti abiga ;</p> <p>2) lubada kasutada kalkulaatorit praktilise sisuga ülesannetes</p> | |
| KUJUNDID JA KEHAD | <p>STANDARD 1: Õpilane teab põhilisi geomeetrilisi kujundeid, nende kuju, omadusi ja joonelemente</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Oskab mõõta ja joonestada lõiku etteantud pikkuse järgi</p> | <p>1) Oskab mõõta ja joonestada lõike, kui nende pikkused on väljendatud kümnendmurruna; oskab võrrelda lõikude pikkusi ja leida lõigu pikkust, mis on tervik või osa lõigust</p> <p>2) Oskab korrutada või jagada lõigu pikkust naturaalarvuga, kui arvvaartust kirjutada üles kümnendmurru abil</p> | Lõikude summa ja vahe | | Ainesisesed seosed |
| LOOGILINE MÕTLEMINE | <p>STANDARD 1: Õpilane oskab hinnata tõesust ja ratsionaalsust konkreetses situatsioonis</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Suudab hinnata ratsionaalselt kümnendmurdu</p> | Oskab ratsionaalselt tegutseda arvutamisel kümnendmurdedega | | | |
| MODEL-LEERIMINE | <p>STANDARD 1: Õpilane oskab hinnata modelleerimisel saadud tulemust ja seda interpreteerida</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Interpreteerida modelleerimisel saadud tulemust</p> | Oskab lahendada tekstülesandeid, kus tuleb kasutada kümnendmurde | | | |
| KUJUNDID JA KEHAD | <p>STANDARD 1: Õpilane teab põhilisi geomeetrilisi kujundeid (kolmnurk, nelinurk), nende kuju, omadusi ja joonelemente</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Teab kolmnurkade liigitust külgede ja nurkade järgi</p> <p>b) Teab ristkülikut, ruutu, rombi, trapetsit ja nende omadusi</p> <p>STANDARD 2: Õpilane teab püstprismat, korrapärasest püramiidi, silindrit, koonust.</p> <p>Lõppresultaat:</p> <p>a) Teab risttahukat ja kuupi ning avastab neid ümbritsevas maailmas</p> | <p>1.2. Geomeetriline kujund ja keha</p> <p>1) Oskab mõõta kaugusi punktist</p> <p>2) Oskab ära tunda kolmnurka, nelinurga liike ja ära tunda nende joonelemente</p> <p>3) Oskab joonestada kolm-, nelinurka, ruutu, rõõpkülikut ja trapetsit</p> <p>4) Oskab kuju järgi ära tunda õpitud korrapäraseid kujundid ja teab nende omadusi</p> <p>5) Tunneb ära risttahuka ja kuubi, tunneb nende elemente ja omadusi</p> | Kahe punkti vaheline kaugus, kaugus punktist, kolmnurga kõrgus, risttahukas, kuup, külge, serv, tipp, mõõtmed – pikkus, laius, kõrgus, pindala, ruumala, cm^3 , m^3 , dm^3 , mm^3 , ristuvad, paralleelsed küljed, rõõpkülik, lähis-, vastasküljed, nelinurga diagonaal, romb, | <p>1) mõõta õpitud kehade mudeleid</p> <p>2) valmistada õpitud kehade mudeleid</p> <p>3) analüüsida, võrrelda ja süstematiseerida õpitud kehade kohta käivad mõisted</p> <p>4) kujutada joonisel ruumilisi kehi</p> <p>5) kujutada koordinaatsüsteemis punkti asukoha</p> <p>6) joonestada koordinaatsüsteemis rombi, võrdkülgset kolmnurka ja võrdhaarset trapetsit</p> | Inimene ja loodus, keemia ja keskkonnanäitajad, kujutav kunst |

Programme of study: mathematics

Key stage 2

Knowledge, skills and understanding

Teaching should ensure that appropriate connections are made between the sections on number, shape, space and measures, and handling data.

Ma2 Number

Using and applying number

1 Pupils should be taught to:

Problem solving

- a make connections in mathematics and appreciate the need to use numerical skills and knowledge when solving problems in other parts of the mathematics curriculum
- b break down a more complex problem or calculation into simpler steps before attempting a solution; identify the information needed to carry out the tasks
- c select and use appropriate mathematical equipment, including ICT
- d find different ways of approaching a problem in order to overcome any difficulties
- e make mental estimates of the answers to calculations; check results

Communicating

- f organise work and refine ways of recording
- g use notation diagrams and symbols correctly within a given problem
- h present and interpret solutions in the context of the problem
- i communicate mathematically, including the use of precise mathematical language

Reasoning

- j understand and investigate general statements [for example, 'there are four prime numbers less than 10', 'wrist size is half neck size']
- k search for pattern in their results; develop logical thinking and explain their reasoning.

Numbers and the number system

2 Pupils should be taught to:

Counting

- a count on and back in tens or hundreds from any two- or three-digit number; recognise and continue number sequences formed by counting on or back in steps of constant size from any integer, extending to negative integers when counting back

During key stage 2 pupils use the number system more confidently. They move from counting reliably to calculating fluently with all four number operations. They always try to tackle a problem with mental methods before using any other approach. Pupils explore features of shape and space and develop their measuring skills in a range of contexts. They discuss and present their methods and reasoning using a wider range of mathematical language, diagrams and charts.

The mathematics programmes of study and the National Numeracy Strategy Framework for teaching mathematics are fully aligned. The Framework provides a detailed basis for implementing the statutory requirements of the programme of study for key stage 2 in mathematics.

Note about sections

There is no separate section of the programme of study numbered Ma1 that corresponds to the first attainment target, *using and applying mathematics*. Teaching requirements relating to this attainment target are included within the other sections.

1f → links to other subjects

This requirement builds on En3/1a, 1e.

1g → links to other subjects

This requirement builds on En1/1a, 1d.

3 Range and content

This section outlines the breadth of the subject on which teachers should draw when teaching the key concepts and key processes.

The study of mathematics should enable pupils to apply their knowledge, skills and understanding to relevant real-world situations.

The study of mathematics should include:

3.1 Number and algebra

- a rational numbers, their properties and their different representations
- b rules of arithmetic applied to calculations and manipulations with rational numbers
- c applications of ratio and proportion
- d accuracy and rounding
- e algebra as generalised arithmetic
- f linear equations, formulae, expressions and identities
- g analytical, graphical and numerical methods for solving equations
- h polynomial graphs, sequences and functions

The subject transcends cultural boundaries and its importance is universally recognised

EXPLANATORY NOTES

Rules of arithmetic: This includes knowledge of operations and inverse operations and how calculators use precedence. Pupils should understand that not all calculators use algebraic logic and may give different answers for calculations such as $1 + 2 \times 3$.

Calculations and manipulations with rational numbers: This includes using mental and written methods to make sense of everyday situations such as temperature, altitude, financial statements and transactions.

Ratio and proportion: This includes percentages and applying concepts of ratio and proportion to contexts such as value for money, scales, plans and maps, cooking and statistical information (eg 9 out of 10 people prefer...).

Accuracy and rounding: This is particularly important when using calculators and computers.

Linear equations: This includes setting up equations, including inequalities and simultaneous equations. Pupils should be able to recognise equations with no solutions or an infinite number of solutions.

Polynomial graphs: This includes gradient properties of parallel and perpendicular lines.

Sequences and functions: This includes a range of sequences and functions based on simple rules and relationships.

Grade 4: Patterning and Algebra

Overall Expectations

By the end of Grade 4, students will:

- describe, extend, and create a variety of numeric and geometric patterns, make predictions related to the patterns, and investigate repeating patterns involving reflections;
- demonstrate an understanding of equality between pairs of expressions, using addition, subtraction, and multiplication.

Specific Expectations

Patterns and Relationships

By the end of Grade 4, students will:

- extend, describe, and create repeating, growing, and shrinking number patterns (e.g., “I created the pattern 1, 3, 4, 6, 7, 9, I started at 1, then added 2, then added 1, then added 2, then added 1, and I kept repeating this.”);
- connect each term in a growing or shrinking pattern with its term number (e.g., in the sequence 1, 4, 7, 10, ..., the first term is 1, the second term is 4, the third term is 7, and so on), and record the patterns in a table of values that shows the term number and the term;
- create a number pattern involving addition, subtraction, or multiplication, given a pattern rule expressed in words (e.g., the pattern rule “start at 1 and multiply each term by 2 to get the next term” generates the sequence 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...);
- make predictions related to repeating geometric and numeric patterns (**Sample problem:** Create a pattern block train by alternating one green triangle with one red trapezoid. Predict which block will be in the 30th place.);
- extend and create repeating patterns that result from reflections, through investigation using a variety of tools (e.g., pattern blocks, dynamic geometry software, dot paper).

Expressions and Equality

By the end of Grade 4, students will:

- determine, through investigation, the inverse relationship between multiplication and division (e.g., since $4 \times 5 = 20$, then $20 \div 5 = 4$; since $35 \div 5 = 7$, then $7 \times 5 = 35$);
- determine the missing number in equations involving multiplication of one- and two-digit numbers, using a variety of tools and strategies (e.g., modelling with concrete materials, using guess and check with and without the aid of a calculator) (**Sample problem:** What is the missing number in the equation $\square \times 4 = 24$?);
- identify, through investigation (e.g., by using sets of objects in arrays, by drawing area models), and use the commutative property of multiplication to facilitate computation with whole numbers (e.g., “I know that $15 \times 7 \times 2$ equals $15 \times 2 \times 7$. This is easier to multiply in my head because I get $30 \times 7 = 210$.”);
- identify, through investigation (e.g., by using sets of objects in arrays, by drawing area models), and use the distributive property of multiplication over addition to facilitate computation with whole numbers (e.g., “I know that 9×52 equals $9 \times 50 + 9 \times 2$. This is easier to calculate in my head because I get $450 + 18 = 468$.”).

Lisa 6. Murdarvud Ontario põhikooli ainekavas (inglisekeelne)

1. klass

- read, represent, compare, and order whole numbers to 50, and use concrete materials to investigate fractions and money amounts; [üldine õpitulemus – *edaspidi* üld]
- divide whole objects into parts and identify and describe, through investigation, equal-sized parts of the whole, using fractional names (e.g., halves; fourths or quarters).

2. klass

- investigating fractions of a whole; (üld)
- use concrete materials to represent fractions and money amounts to 100¢;
- determine, through investigation using concrete materials, the relationship between the number of fractional parts of a whole and the size of the fractional parts (e.g., a paper plate divided into fourths has larger parts than a paper plate divided into eighths) (**Sample problem:** Use paper squares to show which is bigger, one half of a square or one fourth of a square.);
- regroup fractional parts into wholes, using concrete materials (e.g., combine nine fourths to form two wholes and one fourth);
- compare fractions using concrete materials, without using standard fractional notation (e.g., use fraction pieces to show that three fourths are bigger than one half, but smaller than one whole);

3. klass

- investigating fractions of a set (üld)
- /.../ and use concrete materials to represent fractions and money amounts to \$10;
- divide whole objects and sets of objects into equal parts, and identify the parts using fractional names (e.g., one half; three thirds; two fourths or two quarters), without using numbers in standard fractional notation;

4. klass

- representing and comparing fractions using fractional notation; (üld)
- relating halves, fifths, and tenths to decimals (üld)
- read, represent, compare, and order whole numbers to 10 000, decimal numbers to tenths, and simple fractions, and represent money amounts to \$100;
- demonstrate an understanding of magnitude by counting forward and backwards by 0.1 and by fractional amounts;
- solve problems involving the addition, subtraction, multiplication, and division of single- and multi-digit whole numbers, and involving the addition and subtraction of decimal number to tenths and money amounts, using a variety of strategies;
- demonstrate an understanding of place value in whole numbers and decimal numbers from 0.1 to 10 000, using a variety of tools and strategies (e.g., use base ten materials to represent 9307 as $9000 + 300 + 0 + 7$) (**Sample problem:** Use the digits 1, 9, 5, 4 to create the greatest number and the least number possible, and explain your thinking.);

- represent, compare, and order decimal numbers to tenths, using a variety of tools (e.g., concrete materials such as paper strips divided into tenths and base ten materials, number lines, drawings) and using standard decimal notation (**Sample problem:** Draw a partial number line that extends from 4.2 to 6.7, and mark the location of 5.6.);
- represent fractions using concrete materials, words, and standard fractional notation, and explain the meaning of the denominator as the number of the fractional parts of a whole or a set, and the numerator as the number of fractional parts being considered;
- compare and order fractions (i.e., halves, thirds, fourths, fifths, tenths) by considering the size and the number of fractional parts (e.g., $\frac{4}{5}$ is greater than $\frac{3}{5}$ because there are more parts in $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{4}$ is greater than $\frac{1}{5}$ because the size of the part is larger in $\frac{1}{4}$);
- compare fractions to the benchmarks of 0, $\frac{1}{2}$, and 1 (e.g., $\frac{1}{8}$ is closer to 0 than to $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$ is more than $\frac{1}{2}$);
- demonstrate and explain the relationship between equivalent fractions, using concrete materials (e.g., fraction circles, fraction strips, pattern blocks) and drawings (e.g., "I can say that $\frac{3}{6}$ of my cubes are white, or half of the cubes are white. This means that $\frac{3}{6}$ and $\frac{1}{2}$ are equal.");
- count forward by halves, thirds, fourths, and tenths to beyond one whole, using concrete materials and number lines (e.g., use fraction circles to count fourths: "One fourth, two fourths, three fourths, four fourths, five fourths, six fourths, ...");
- count forward by tenths from any decimal number expressed to one decimal place, using concrete materials and number lines (e.g., use base ten materials to represent 3.7 and count forward: 3.8, 3.9, 4.0, 4.1, ...; "Three and seven tenths, three and eight tenths, three and nine tenths, four, four and one tenth, ...") (**Sample problem:** What connections can you make between counting by tenths and measuring lengths in millimetres and in centimetres?).
- add and subtract decimal numbers to tenths, using concrete materials (e.g., paper strips divided into tenths, base ten materials) and student-generated algorithms (e.g., "When I added 6.5 and 5.6, I took five tenths in fraction circles and added six tenths in fraction circles to give me one whole and one tenth. Then I added $6 + 5 + 1.1$, which equals 12.1.");
- determine and explain, through investigation, the relationship between fractions (i.e., halves, fifths, tenths) and decimals to tenths, using a variety of tools (e.g., concrete materials, drawings, calculators) and strategies (e.g., decompose $\frac{2}{5}$ into $\frac{4}{10}$ by dividing each fifth into two equal parts to show that $\frac{2}{5}$ can be represented as 0.4);

5. klass

- comparing and ordering fractional amounts with like denominators; (öld)
- adding and subtracting decimal amounts to hundredths; (öld)
- relating simple fractions to decimals (öld)
- representing probability using fractions (öld)
- read, represent, compare, and order whole numbers to 100 000, decimal numbers to hundredths, proper and improper fractions, and mixed numbers;
- solve problems involving the multiplication and division of multi-digit whole numbers, and involving the addition and subtraction of decimal numbers to hundredths, using a variety of strategies;

- represent, compare, and order whole numbers and decimal numbers from 0.01 to 100 000, using a variety of tools (e.g., number lines with appropriate increments, base ten materials for decimals);
- demonstrate an understanding of place value in whole numbers and decimal numbers from 0.01 to 100 000, using a variety of tools and strategies (e.g., use numbers to represent 23 011 as $20\,000 + 3\,000 + 0 + 10 + 1$; use base ten materials to represent the relationship between 1, 0.1, and 0.01) (**Sample problem:** How many thousands cubes would be needed to make a base ten block for 100 000?);
- represent, compare, and order fractional amounts with like denominators, including proper and improper fractions and mixed numbers, using a variety of tools (e.g., fraction circles, Cuisenaire rods, number lines) and using standard fractional notation;
- demonstrate and explain the concept of equivalent fractions, using concrete materials (e.g., use fraction strips to show that $\frac{3}{4}$ is equal to $\frac{9}{12}$);
- demonstrate and explain equivalent representations of a decimal number, using concrete materials and drawings (e.g., use base ten materials to show that three tenths [0.3] is equal to thirty hundredths [0.30]);
- add and subtract decimal numbers to hundredths, including money amounts, using concrete materials, estimation, and algorithms (e.g., use 10×10 grids to add 2.45 and 3.25);
- multiply decimal numbers by 10, 100, 1000, and 10 000, and divide decimal numbers by 10 and 100, using mental strategies (e.g., use a calculator to look for patterns and generalize to develop a rule);
- describe multiplicative relationships between quantities by using simple fractions and decimals (e.g., “If you have 4 plums and I have 6 plums, I can say that I have $1\frac{1}{2}$ or 1,5 times as many plums as you have.”)
- determine and explain, through investigation using concrete materials, drawings, and calculators, the relationship between fractions (i.e., with denominators of 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, and 100) and their equivalent decimal forms (e.g., use a 10×10 grid to show that $\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$, which can also be represented as 0,4);
- represent as a fraction the probability that a specific outcome will occur in a simple probability experiment, using systematic lists and area models.
- represent, using a common fraction, the probability that an event will occur in simple games and probability experiments (e.g., “My spinner has four equal sections and one of those sections is coloured red. The probability that I will land on red is $\frac{1}{4}$.”)

6. klass

- comparing and ordering fractional amounts with unlike denominators; (öld)
- adding and subtracting decimal amounts to thousandths; (öld)
- multiplying and dividing decimals to tenths by whole numbers and two-digit by two-digit whole numbers; (öld)
- relating simple fractions, decimals, and percents (öld)
- read, represent, compare, and order whole numbers to 1 000 000, decimal numbers to thousandths, proper and improper fractions, and mixed numbers;
- solve problems involving the multiplication and division of whole numbers, and the addition and subtraction of decimal numbers to thousandths, using a variety of strategies;

- represent, compare, and order whole numbers and decimal numbers from 0.001 to 1 000 000, using a variety of tools (e.g., number lines with appropriate increments, base ten materials for decimals);
- demonstrate an understanding of place value in whole numbers and decimal numbers from 0.001 to 1 000 000, using a variety of tools and strategies (e.g. use base ten materials to represent the relationship between 1, 0.1, 0.01, and 0.001) (**Sample problem:** How many thousands cubes would be needed to make a base ten block for 1 000 000?);
- represent, compare, and order fractional amounts with unlike denominators, including proper and improper fractions and mixed numbers, using a variety of tools (e.g., fraction circles, Cuisenaire rods, drawings, number lines, calculators) and using standard fractional notation (**Sample problem:** Use fraction strips to show that $1\frac{1}{2}$ is greater than $\frac{5}{4}$.);
- add and subtract decimal numbers to thousandths, using concrete materials, estimation, algorithms, and calculators;
- multiply and divide decimal numbers to tenths by whole numbers, using concrete materials, estimation, algorithms, and calculators (e.g., calculate 4×1.4 using base ten materials; calculate $5.6 \div 4$ using base ten materials);
- multiply whole numbers by 0.1, 0.01, and 0.001 using mental strategies (e.g., use a calculator to look for patterns and generalize to develop a rule);
- multiply and divide decimal numbers by 10, 100, 1000, and 10 000 using mental strategies (e.g., “To convert 0.6 m² to square centimetres, I calculated in my head $0.6 \times 10\,000$ and got 6000 cm².”) (**Sample problem:** Use a calculator to help you generalize a rule for multiplying numbers by 10 000.);
- use estimation when solving problems involving the addition and subtraction of whole numbers and decimals, to help judge the reasonableness of a solution (**Sample problem:** Mori used a calculator to add 7.45 and 2.39. The calculator display showed 31.35. Explain why this result is not reasonable, and suggest where you think Mori made his mistake.);
- represent ratios found in real-life contexts, using concrete materials, drawings, and standard fractional notation (**Sample problem:** In a classroom of 28 students, 12 are female. What is the ratio of male students to female students?);
- determine and explain, through investigation using concrete materials, drawings, and calculators, the relationships among fractions (i.e., with denominators of 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, and 100), decimal numbers, and percents (e.g., use a 10 x 10 grid to show that $\frac{1}{4} = 0.25$ or 25%);

7. klass

- representing and ordering decimals (to hundredths), fractions, and integers; (üld)
- dividing whole numbers by simple fractions and decimals; (üld)
- adding and subtracting simple fractions and integers; (üld)
- multiplying and dividing decimal numbers to thousandths by one-digit whole numbers; (üld)
- relating fractions, decimals, and percents; (üld)
- demonstrate an understanding of addition and subtraction of fractions and integers, and apply a variety of computational strategies to solve problems involving whole numbers and decimal numbers;

- represent, compare, and order decimals to hundredths and fractions, using a variety of tools (e.g., number lines, Cuisenaire rods, base ten materials, calculators);
- select and justify the most appropriate representation of a quantity (i.e., fraction, decimal, percent) for a given context (e.g., “I would use a decimal for recording the length or mass of an object, and a fraction for part of an hour.”);
- divide whole numbers by simple fractions and by decimal numbers to hundredths, using concrete materials (e.g., divide 3 by $\frac{1}{2}$ using fraction strips; divide 4 by 0,8 using base ten materials and estimation);
- use a variety of mental strategies to solve problems involving the addition and subtraction of fractions and decimals (e.g., use the commutative property: $3 \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$, which gives $1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$; use the distributive property: $16,8/0,2$ can be thought of as $(16 + 0,8)/0,2 = 16:0,2 + 0,8:0,2$, which gives $80 + 4 = 84$);
- solve problems involving the multiplication and division of decimal numbers to thousandths by one-digit whole numbers, using a variety of tools (e.g., concrete materials, drawings, calculators) and strategies (e.g., estimation, algorithms);
- solve multi-step problems arising from real-life contexts and involving whole numbers and decimals, using a variety of tools (e.g., concrete materials, drawings, calculators) and strategies (e.g., estimation, algorithms);
- use estimation when solving problems involving operations with whole numbers, decimals, and percents, to help judge the reasonableness of a solution (**Sample problem:** A book costs \$18.49. The salesperson tells you that the total price, including taxes, is \$22.37. How can you tell if the total price is reasonable without using a calculator?);
- evaluate expressions that involve whole numbers and decimals, including expressions that contain brackets, using order of operations;
- add and subtract fractions with simple like and unlike denominators, using a variety of tools (e.g., fraction circles, Cuisenaire rods, drawings, calculators) and algorithms;
- demonstrate, using concrete materials, the relationship between the repeated addition of fractions and the multiplication of that fraction by a whole number (e.g., $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$);
- determine, through investigation, the relationships among fractions, decimals, percents, and ratios;
- research and report on real-world applications of probabilities expressed in fraction, decimal, and percent form (e.g., lotteries, batting averages, weather forecasts, elections);

8. klass

- multiplying and dividing fractions and integers; (üld)
- multiplying and dividing decimals by powers of ten; (üld)
- solve problems involving whole numbers, decimal numbers, fractions, and integers, using a variety of computational strategies;
- represent, compare, and order rational numbers (i.e., positive and negative fractions and decimals to thousandths);
- translate between equivalent forms of a number (i.e., decimals, fractions, percents) (e.g., $\frac{3}{4} = 0,75$);

- solve multi-step problems arising from real-life contexts and involving whole numbers and decimals, using a variety of tools (e.g., graphs, calculators) and strategies (e.g., estimation, algorithms);
- use estimation when solving problems involving operations with whole numbers, decimals, percents, integers, and fractions, to help judge the reasonableness of a solution;
- represent the multiplication and division of fractions, using a variety of tools and strategies (e.g., use an area model to represent $\frac{1}{4}$ multiplied by $\frac{1}{3}$);
- solve problems involving addition, subtraction, multiplication, and division with simple fractions;
- multiply and divide decimal numbers by various powers of ten (e.g., “To convert 230 000 cm³ to cubic metres, I calculated in my head $230\,000 \div 1000$ to get 0.23 m³.”) (***Sample problem:*** Use a calculator to help you generalize a rule for dividing numbers by 1 000 000.);
- evaluate algebraic expressions with up to three terms, by substituting fractions, decimals, and integers for the variables (e.g., evaluate $3x+4y=2z$, where $x=\frac{1}{2}$, $y=0.6$, and $z=-1$);

Lisa 7. Väljavõte Singapuri 7. klassi ainekavast

O Level Mathematics Syllabus

Secondary One

4 O LEVEL MATHEMATICS

| Secondary One | |
|--|---|
| Topic/Sub-topics | Content |
| 1 Numbers and Algebra | |
| Numbers and the four operations | Include: <ul style="list-style-type: none"> • primes and prime factorisation • finding HCF and LCM, squares, cubes, square roots and cube roots by prime factorisation • negative numbers, integers, rational numbers, real numbers and their four operations • calculations with the use of a calculator • representation and ordering of numbers on the number line • use of the symbols $<$, $>$, \leq, \geq • approximation and estimation (including rounding off numbers to a required number of decimal places or significant figures, estimating the results of computation, and concepts of rounding and truncation errors) |
| Ratio, rate and proportion | Include: <ul style="list-style-type: none"> • ratios involving rational numbers • writing a ratio in its simplest form • average rate • problems involving ratio and rate |
| Percentage | Include: <ul style="list-style-type: none"> • expressing one quantity as a percentage of another • comparing two quantities by percentage • percentages greater than 100% • increasing/decreasing a quantity by a given percentage • reverse percentages • problems involving percentages |
| Speed | Include: <ul style="list-style-type: none"> • concepts of speed, uniform speed and average speed • conversion of units (e.g. km/h to m/s) • problems involving speed, uniform speed and average speed |

BY THE END OF YEAR 5

THE MATHEMATICS STANDARD



By the end of year 5, students will be achieving at early level 3 in the mathematics and statistics learning area of the New Zealand Curriculum.

Number and Algebra



In contexts that require them to solve problems or model situations, students will be able to:

- apply additive and simple multiplicative strategies and knowledge of symmetry to:
 - combine or partition whole numbers
 - find fractions of sets, shapes, and quantities;
- create, continue, and predict further members of sequential patterns with two variables;
- describe spatial and number patterns, using rules that involve spatial features, repeated addition or subtraction, and simple multiplication.

Geometry and Measurement



In contexts that require them to solve problems or model situations, students will be able to:

- measure time and the attributes of objects, choosing appropriate standard units and working with them to the nearest tenth;
- sort two- and three-dimensional shapes, considering the presence and/or absence of features simultaneously and justifying the decisions made;
- represent and describe the results of reflection, rotation, and translation on shapes;
- create nets for rectangular prisms;
- draw plan, front, and side views of objects;
- describe locations and give directions, using grid references and points of the compass.

Statistics



In contexts that require them to solve problems or model situations, students will be able to:

- investigate summary and comparison questions by using the statistical enquiry cycle:
 - gather, display, and identify patterns in category and whole-number data
 - interpret results in context;
- order the likelihoods of outcomes for simple situations involving chance, experimenting or listing all possible outcomes.

The following problems and descriptions of student thinking exemplify what is required to meet this standard.

Number and Algebra



During this school year, Number should be the focus of 50–70 percent of mathematics teaching time.

Example 1

There are 53 people on the bus.

26 people get off.

How many people are left on the bus?



The student uses an efficient part-whole strategy for subtraction, such as subtracting in parts (e.g., $53 - 6 = 47$, $47 - 20 = 27$; or $53 - 20 = 33$, $33 - 6 = 27$) or subtracting a tidy number (e.g., $53 - 30 = 23$, $23 + 4 = 27$).

If they count back or use repeated subtraction (e.g., $53 - 10 = 43$, $43 - 10 = 33$...), they do not meet the expectation. If they use inverse relationships between subtraction and addition, such as adding on (e.g., $26 + 4 = 30$, $30 + 23 = 53$, $4 + 23 = 27$, so $26 + 27 = 53$) or doubling (e.g., $26 + 26 = 52$, so $26 + 27 = 53$), they exceed the expectation.

If the student uses a written algorithm to solve the problem, they must explain the place value partitioning involved.

Source: NumPA, Numeracy Development Projects, Book 2: *The Diagnostic Interview*, page 8.